TRIANGLES RECTANGLES ET CERCLES

Sommaire

CV

Fiche d'identification

Fiche professeur

Fiches élèves

Scénario(s) d'usage

Productions d'élèves

Compte-rendu(s) d'expérimentation

Fiches techniques

TYPES :
- Découverte de propriétés
- Aide à la démonstration

NIVEAU : Collège : 4ième
(programme consultable dans la fiche professeur)

MOTS-CLÉS : Géométrie, triangle rectangle, cercle, diamètre, hypoténuse, médiane, symétrie centrale

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES GÉNÉRAUX :

- L'objectif principal est d'apporter une aide à la démonstration :
dans un 1er temps pour démontrer 2 théorèmes du cours, puis dans un 2ième temps lors d'un exercice où l'élève doit utiliser un des théorèmes du cours.

- L'autre objectif est la découverte des propriétés relatives au triangle rectangle et cercle.

MODALITÉ : Travail dirigé à faire en rétroprojection en classe entière.
Temps d'utilisation : 3 séances de 55 min.

DISPOSITIF TECHNIQUE : Matériel de rétroprojection et logiciel Cabrigéomètre

LISTE ET DESCRIPTION DES FICHIERS :

- Un document WORD « Triangles rectangles et cercles » comprenant entre autres le document professeur et 6 fiches élèves.

- 5 documents CABRI comprenant les différentes activités proposées aux élèves.

DESCRIPTION ACTIVITÉ :

- Les élèves découvrent les propriétés sur le papier et une correction commune est proposée en vidéoprojection.

- Les élèves démontrent soit les théorèmes du cours (découverts en activité) soit les questions d'un exercice avec l'aide des documents CABRI rétroprojetés.

AUTEUR : Nicolas MOREAU Collège Jean Jaurès. MÈZE

Accès au sommaire de la ressource

PROGRAMMES OFFICIELS	**Compétences exigibles :** Caractériser le triangle rectangle par son inscription dons un demi-cercle, Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit. **Commentaires :** On poursuit le travail sur la caractérisation des figures en veillant à toujours la formuler à l'aide d'énoncés séparés.
OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES	➢ Découvrir que pour un triangle rectangle, l'hypoténuse est un diamètre du cercle circonscrit. ➢ Découvrir que les points situés sur un cercle de diamètre donné forment un triangle rectangle. ➢ Démontrer les deux propriétés découvertes. ➢ Utiliser ces propriétés dans des exercices types.
PRÉ REQUIS	➢ Savoir construire la droite perpendiculaire à une droite passant par un point. ➢ Symétrie centrale ➢ Propriétés des parallélogrammes et des rectangles
INTÉRÊT	➢ Aide à la démonstration grâce à l'interactivité d'une figure complexe.
DESCRIPTION DES ACTIVITÉS INSTRUMENTÉES	➢ **<u>Activité 1 : papier crayon</u>** Cette activité a pour but de faire découvrir aux élèves le théorème dont une formulation peut-être : *Le sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle est sur le cercle ayant pour diamètre l'hypoténuse.* Les élèves utilisent pour cela la règle et l'équerre et recommencent la construction autant qu'il faudra ... Ils énoncent ce qu'ils constatent et précisent de quel cercle il s'agit. Certains élèves rencontrent des difficultés dans la réalisation de la figure. D'autres, n'ayant pas prévu une répartition convenable des points, ne devinent pas le cercle. C'est là que l'informatique intervient. L'utilisation de la figure « Triangles et cercles Act1.fig » permet une correction de l'activité et une confirmation de la conjecture grâce au grand nombre de points M et à la précision des tracés. ➢ Les activités papier-crayon des fiches 1,2 et 3 (Voir la fiche élève) sont réalisés individuellement et permettent de découvrir les propriétés relatives aux triangles rectangles et cercles circonscrits. L'activité 2 (resp 4) est analysée à l'aide de la figure « Triangles et cercles Act2.fig » (resp. « Triangles et cercles Act4-5.fig ») à l'aide de la figure en rétroprojection (Voir fiche technique.) ➢ Les activités 3 et 5 des fiches 2 et 3 (Voir la fiche élève) sont des aides à la démonstration des propriétés précédemment découvertes et doivent être réalisées simultanément avec la figure en rétroprojection à l'aide des figure « Triangles et cercles Act3.fig » et « Triangles et cercles Act4-5.fig ». Les différentes étapes de la démonstration doivent être simplifiées par les différentes manipulation de la figure. (Voir fiche technique.) ➢ Les activités 6 et 7 des fiches 4 et 5 (Voir la fiche élève) sont des exercices simples d'applications des théorèmes vues précédemment. Elles sont extraites des livrets « Matsenligne » créés par Joël Negri. ➢ L'activité 8 est une aide à la démonstration pour un exercice plus difficile d'application. Les élèves réalisent la figure et cherchent à répondre aux questions. L'utilisation de la figure« Triangles et cercles Act8.fig » en rétroprojection doit permettre aux élèves de retrouver le bon théorème à utiliser en extrayant les « figures de base » relatives aux théorèmes de la leçon.

SCÉNARIO :

PHASE	ACTEUR	DESCRIPTION DE LA TÂCHE	SITUATION	OUTILS ET SUPPORTS	DURÉE[1]
1	l'élève	➢ émettre une conjecture sur le sommet d'un angle droit dans un triangle rectangle.	individuelle	Fiche élève 1/6 Activité 1	10 mn
2	le professeur et la classe	➢ analyse de l'activité 1	collective	matériel de rétroprojection et fichier Cabri « Triangles et cercles Act1.fig »	5 mn
3	l'élève	➢ construction des cercles circonscrits pour 3 triangles	individuelle	Fiche élève 1/6 Activité 2	10 mn
4	le professeur et la classe	➢ analyse de l'activité 2	collective	matériel de rétroprojection et fichier Cabri « Triangles et cercles Act2.fig »	5 mn
5	l'élève	➢ démonstration guidé de la propriété par étapes	individuelle	Fiche élève 2/6 Activité 3	10 mn
6	le professeur et la classe	➢ aide à la démonstration	collective	matériel de rétroprojection et fichier Cabri« Triangles et cercles Act3.fig »	5 mn
7	le professeur	➢ leçon	collective	tableau »	5 mn
8	l'élève	➢ construction de triangles inscrit dans un cercle dont un des côtés est le diamètre du cercle	individuelle	Fiche élève 3/6 Activité 4	10 mn
9	le professeur et la classe	➢ analyse de l'activité 4	collective	matériel de rétroprojection et fichier Cabri « Triangles et cercles Act4-5.fig »	10 mn
10	l'élève	➢ démonstration guidé de la propriété réciproque par étapes	individuelle	Fiche élève 4/6 Activité 5	10 mn
11	le professeur et la classe	➢ aide à la démonstration	collective	matériel de rétroprojection et fichier Cabri « Triangles et cercles Act4-5.fig »	10 mn
12	le professeur	➢ leçon	collective	tableau »	10 mn
13	l'élève	➢ exercices d'application faciles : Utilisation des théorèmes	individuelle	Fiches élève 4/6 et 5/6 Activités 6 et 7	20 mn
14	le professeur et la classe	➢ apprendre à chercher et à utiliser les bons théorèmes dans une figure plus complexe	collective	Fiche élève 6/6 Activité 8 matériel de rétroprojection et fichier Cabri « Triangles et cercles Act8.fig »	30 mn
15	l'élève	➢ Rédaction au propre des 2 propriétés	travail à la maison	cahier d'exercice	

Accès au sommaire

[1] Cette durée est donnée à titre indicatif et prévisionnel

NOM DES FICHIERS : Triangles et cercles Act1.fig et Triangles rectangles et cercles.doc

LOGICIEL UTILISÉ : Cabri-géomètre II

DESCRIPTION : La figure représente deux points A et B, une droite passant par A, sa perpendiculaire passant par B et leur point d'intersection M.
On fait varier la direction de la droite passant par A en la saisissant ailleurs qu'en A.

MODE D'EMPLOI : En utilisant l'outil Trace pour le point M, puis en changeant la direction de la droite passant par A, une trace apparaîtra pour chaque position du point M.

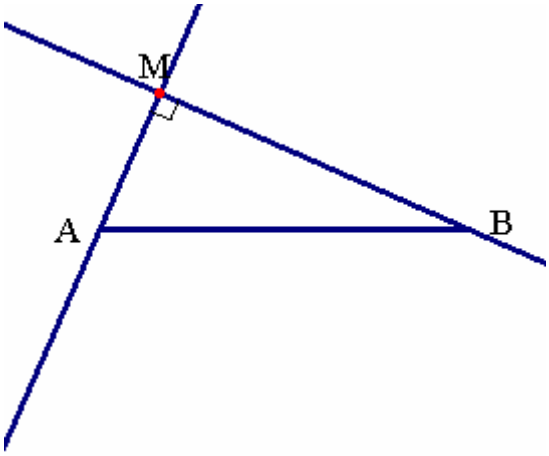
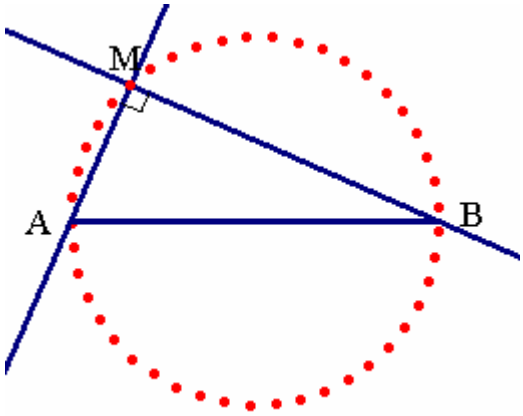


Figure initiale



Exemple de figure finale

NOM DES FICHIERS : Triangles et cercles Act2.fig et Triangles rectangles et cercles.doc

LOGICIEL UTILISÉ : Cabri-géomètre II

DESCRIPTION : La figure représente un segment.

MODE D'EMPLOI : Sur le curseur, en déplaçant le point M, on fait apparaître, au fur et à mesure, les différents cas avec le centre du cercle à l'intérieur, à l'extérieur du triangle et sur l'hypoténuse.

NOM DES FICHIERS : Triangles et cercles Act3.fig et Triangles rectangles et cercles.doc

LOGICIEL UTILISÉ : Cabri-géomètre II

DESCRIPTION : La figure représente un triangle ABC rectangle en A et le point I milieu de [BC].

MODE D'EMPLOI : Sur le curseur, en déplaçant le point M, on fait apparaître les différentes étapes de la démonstrations.

NOM DES FICHIERS : Triangles et cercles Act4-5.fig

LOGICIEL UTILISÉ : Cabri-géomètre II

DESCRIPTION : Les activités 3 et 4 sont présentes sur le même fichier.
La figure représente un cercle avec un diamètre et deux curseurs sont présents. dessous, la figure représente également un cercle avec un diamètre et un seul curseur.

MODE D'EMPLOI :

Activité 4 :

Sur le curseur « Position du point C », en déplaçant le point C, on fait apparaître deux cas. :

- le point C est sur le cercle, il est libre sur le cercle.
- le point C est à l'extérieur du cercle, il est libre et on peut le déplacer partout et même à l'intérieur du cercle.

Sur le curseur « Angle de ACB », en déplaçant le point sur le segment épais, on fait apparaître la valeur de l'angle $\widehat{ACB}$ que C soit sur le cercle ou à l'extérieur.

Activité 5 :

Sur le curseur, en déplaçant le point M, on fait apparaître, au fur et à mesure, les différents étapes de la démonstrations. Les clés de la démonstration apparaissent sur la figure

NOM DES FICHIERS : Triangles et cercles Act8.fig

LOGICIEL UTILISÉ : Cabri-géomètre II

DESCRIPTION : Un triangle ABC et les milieux I et J des côtés [AB] et [AC].

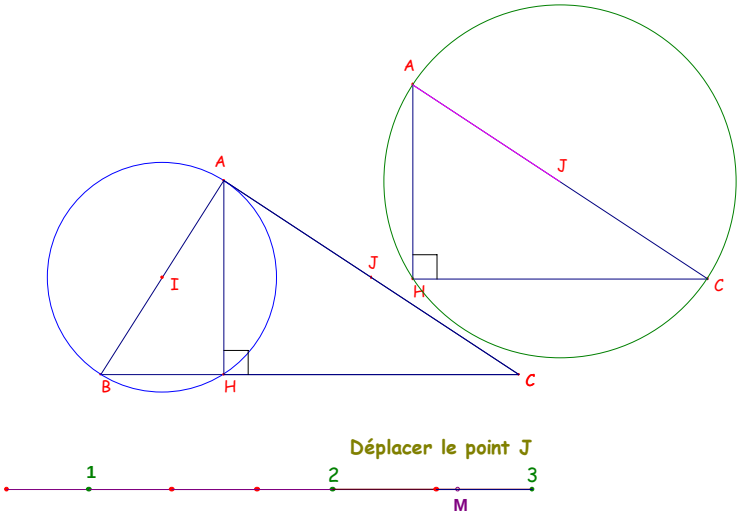
MODE D'EMPLOI :

Aide pour la question 1°)

- Sur le curseur, en déplaçant le point M entre les positions 1 et 2, on fait apparaître le triangle ABH en gras et les codages.

Aide pour la question 2°)

- Points mobiles : le point J(le 2ième)permet de faire sortir le triangle ACH
- Sur le curseur, en déplaçant le point M entre les positions 2 et 3, on fait apparaître le cercle circonscrit au triangle ACH et le rayon JA.



Accès au sommaire

Objectifs : ➢ Découvrir la propriété qui caractérise le triangle rectangle par son inscription dans un cercle.

ACTIVITÉ 1. Étant donné deux points A et B, tracer une droite d_1 passant par A, puis une droite Δ_1 passant par B et perpendiculaire à d_1. Marquer en rouge le point M_1 intersection des droites d_1 et Δ_1. Recommencer avec d'autres droites d_2, d_3, … et Δ_2, Δ_3, …

On obtient ainsi les points M_2, M_3, …

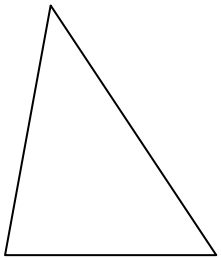
Où sont situés tous ces points M_1, M_2, M_3, …?

……

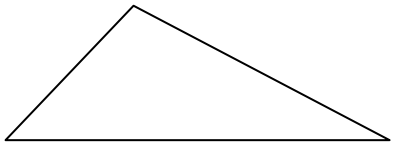
……

ACTIVITÉ 2. Construire le cercle circonscrit à chacun des triangles ci-dessous.

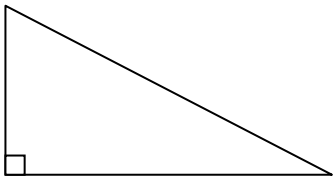
1er triangle



2ième triangle



3ième triangle



Qu'observez-vous ? ……

Formuler une conjecture sur la position du centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle :
« Si ……

Alors …… »

Objectifs : ➢ Démontrer que la propriété découverte précédemment.

ACTIVITÉ 3. Démonstration de cette propriété.

Tracer un triangle ABC rectangle en A.
Placer le milieu I du côté [BC].
Construire le point D symétrique de A par rapport à I.

1ère étape : Montrer que ABDC est un parallélogramme.

……

……

……

……

2ième étape : En déduire que ABDC est un rectangle.

……

……

……

……

3ième étape : Démontrer que : IA = IB = IC.

……

……

……

……

4ième étape : En déduire que le point I est le centre du cercle circonscrit à ABC.

……

……

……

……

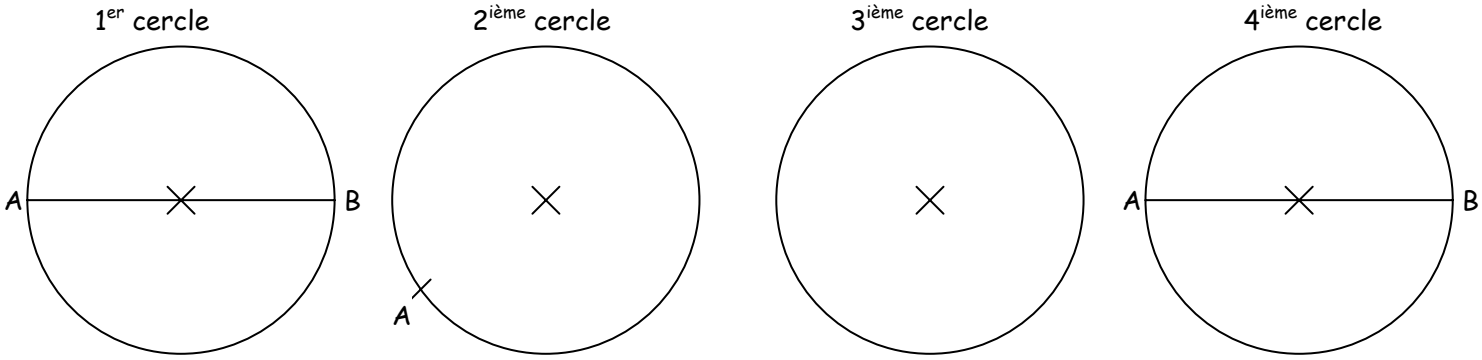
Énoncer une propriété concernant la médiane d'un triangle rectangle.

« Si ……

Alors …… »

Objectifs : ➢ Découvrir la propriété réciproque.
➢ Démontrer que la propriété découverte.

ACTIVITÉ 4. Construire, sur chaque cercle, le triangle ABC tels que : [AB] soit un diamètre du cercle et C appartient au cercle pour les 3 premiers cercle mais C est à l'extérieur du cercle pour le 4ième cercle.



Qu'observez-vous ? ……

Formuler une conjecture sur la nature du triangle ABC :
« Si ……

Alors …… »

ACTIVITÉ 5. Démonstration de cette propriété.

Tracer un segment [MN] et placer son milieu I. Tracer le cercle de diamètre [MN]. Placer un point P sur ce cercle distinct de M et N.

1ère étape : Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle MNP ?

……

2ième étape : Construire le point Q symétrique du point P par rapport a point I.
Dessin : Que peut-on dire des diagonales du quadrilatère MPNQ ?

……

En déduire que MPNQ est un rectangle.
Justifier en citant avec précision la propriété utilisée.

……

……

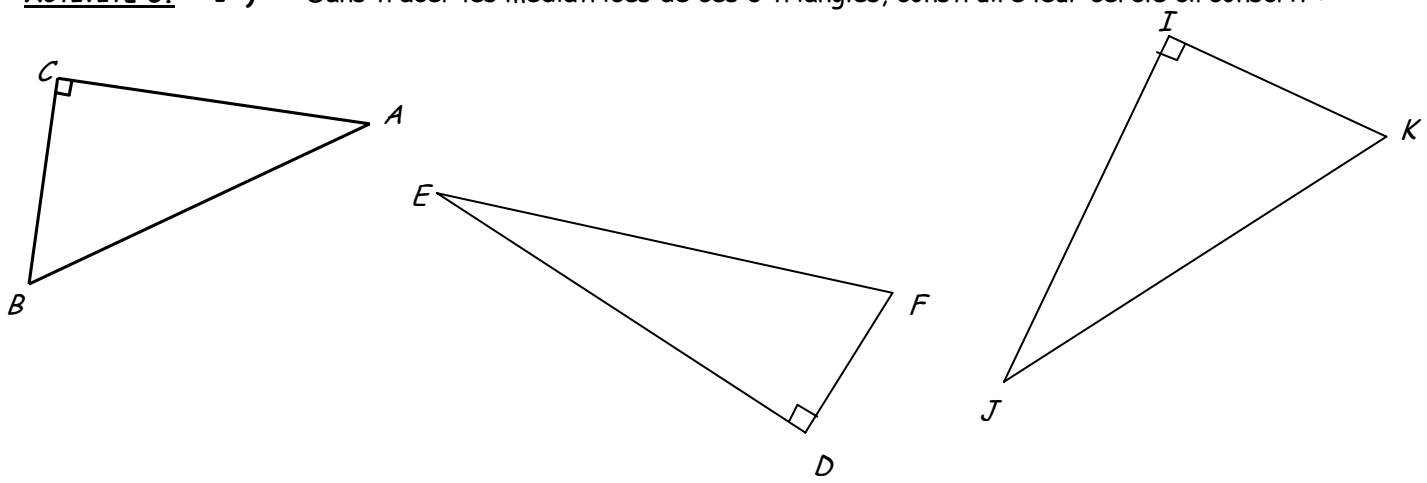
……

3ième étape : Que peut-on conclure pour le triangle MNP ?

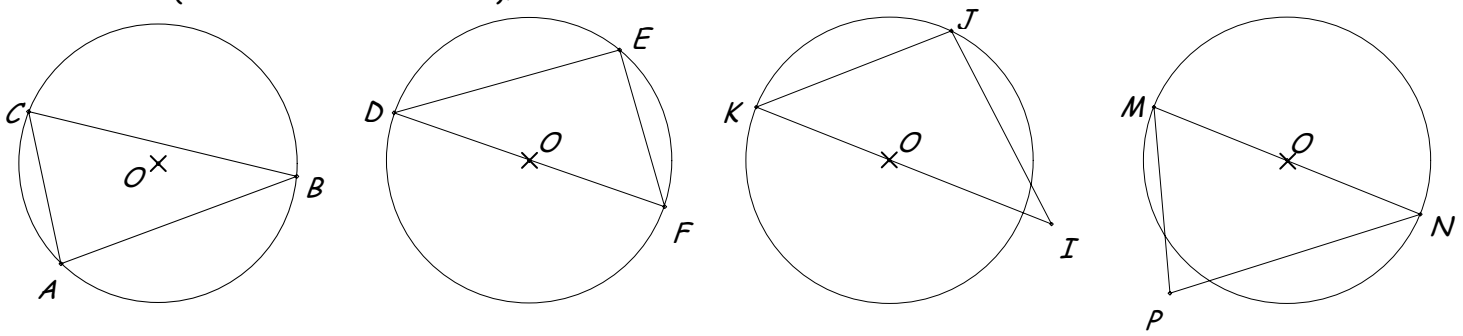
……

Extrait du livret « Mathsenligne » de Joël Négri

ACTIVITÉ 6. **1°)** Sans tracer les médiatrices de ces 3 triangles, construire leur cercle circonscrit :

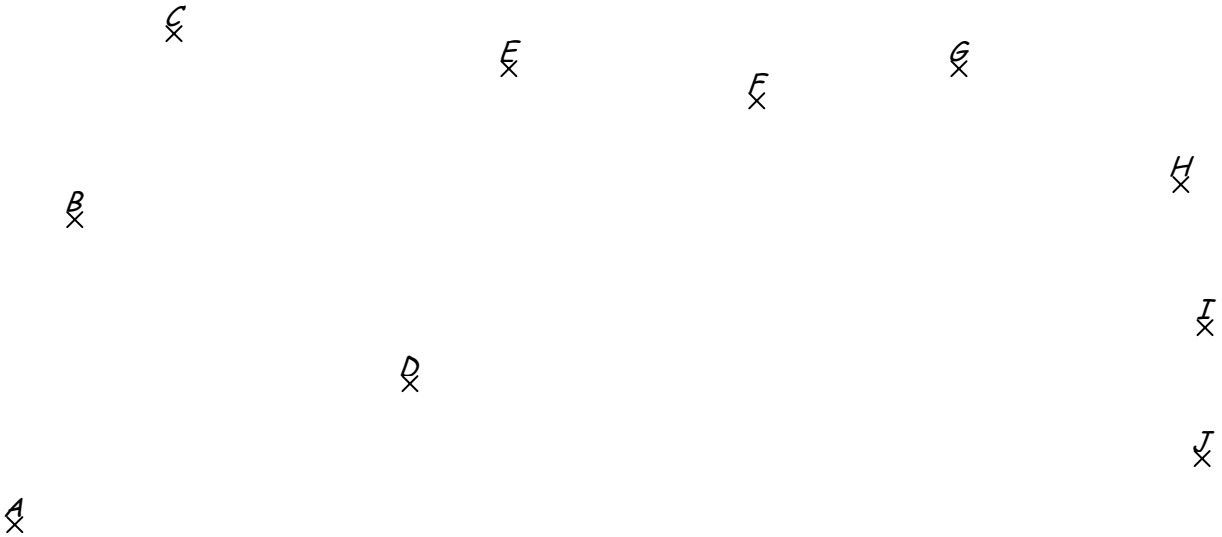


2°) Sans utiliser le moindre instrument de géométrie, les triangles suivants sont ils rectangles ? (O est le centre du cercle).



☐ Oui ☐ Non ☐ Oui ☐ Non ☐ Oui ☐ Non ☐ Oui ☐ Non

3°) Parmi les points suivants, entourer ceux qui appartiennent au demi-cercle de diamètre [MN] **sans tracer ce demi-cercle**, en utilisant uniquement l'équerre.

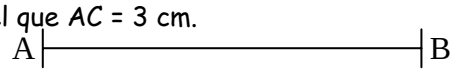


Extrait du livret « Mathsenligne » de Joël Négri

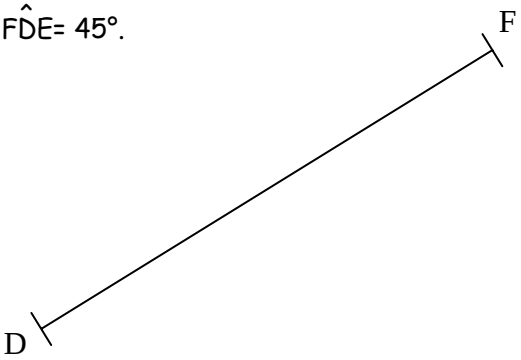
ACTIVITÉ 7.

1°) Sans utiliser l'équerre…

a) Construire un triangle ABC rectangle en C tel que AC = 3 cm.

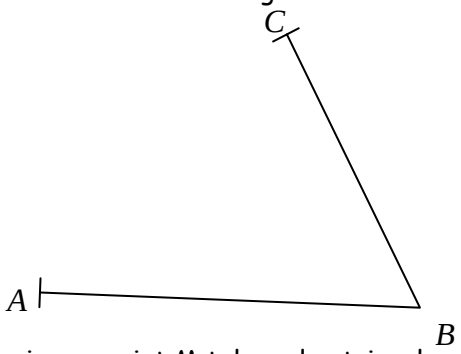


b) Construire un triangle DEF rectangle en E tel que $F\hat{D}E = 45°$.

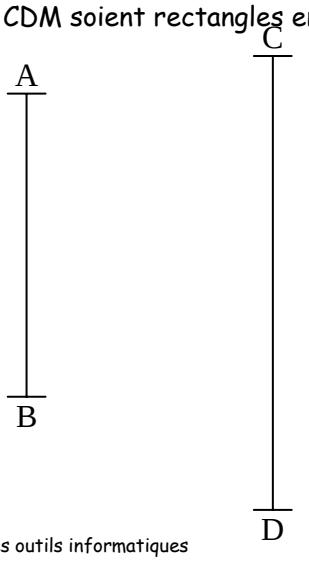


2°) Sans utiliser l'équerre…

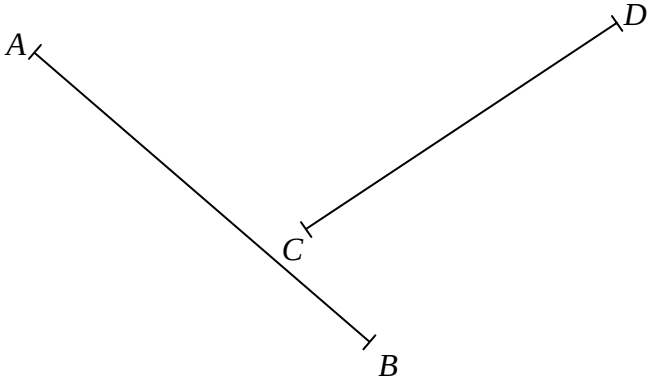
a) Construire un point M tel que les triangles ABM et BCM soient rectangles en M.



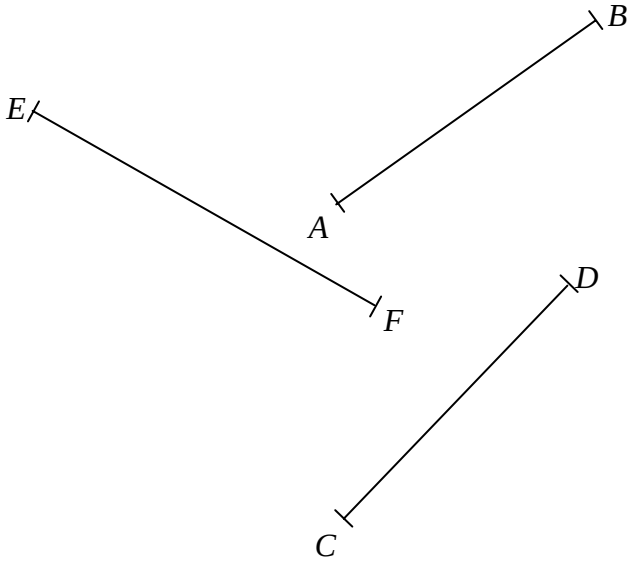
b) Construire un point M tel que les triangles ABM et CDM soient rectangles en M.



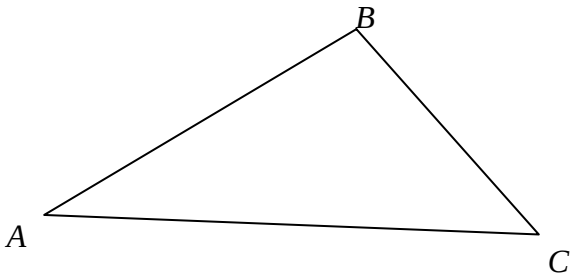
c) Construire deux points M et N tels que les triangles ABM, ABN, CDM et CDN soient rectangles.



3°) **a)** Existe-t-il un point P tel que les triangles ABP, CDP et EFP soient rectangles en P ?



b) Existe-t-il un point P tel que les triangles ABP, BCP et ACP soient rectangles en P ?



Objectifs : ➢ utilisation des théorèmes

Activité 8

ÉNONCÉ :

ABC est un triangle. Les points I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC].
Le cercle de centre I et de rayon IA coupe la droitE (BC) au point H.

1°) Démontrer que le triangle ABH est rectangle en H.

2°) Démontrer que le point H appartient au cercle de diamètre [AC].

FIGURE :

1ère étape : Démontrer que le triangle ABH est rectangle en H.

……

……

……

……

……

……

2ième étape : Démontrer que le point H appartient au cercle au cercle de diamètre [AC]..

……

……

……

……

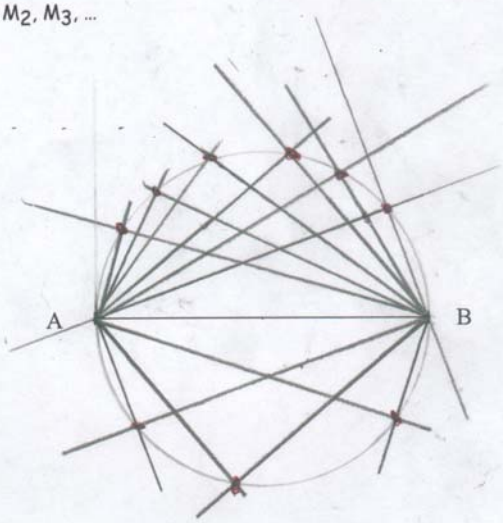
……

……

Accès au sommaire

ACTIVITÉ 1. Étant donné deux points A et B, tracer une droite d_1 passant par A, puis une droite Δ_1 passant par B et perpendiculaire à d_1. Marquer en rouge le point M_1 intersection des droites d_1 et Δ_1. Recommencer avec d'autres droites d_2, d_3, ... et Δ_2, Δ_3, ...

On obtient ainsi les points M_2, M_3, ...



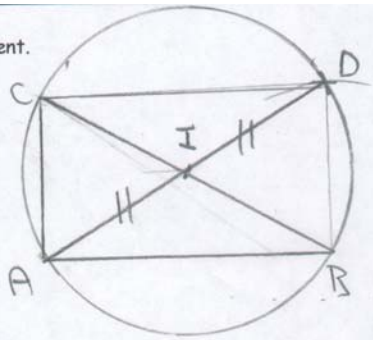
Où sont situés tous ces points M_1, M_2, M_3, ...?

Les points M sont situé le cercle de diamètre [AB]

Objectifs : ➢ Démontrer que la propriété découverte précédemment.

ACTIVITÉ 3. Démonstration de cette propriété.

Tracer un triangle ABC rectangle en A.
Placer le milieu I du côté [BC].
Construire le point D symétrique de A par rapport à I.



1ère étape : Montrer que ABDC est un parallélogramme.

on sait que : DA et CB sont égaux et se coupe en leur milieu
or : si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur et se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme

2ième étape : En déduire que ABDC est un rectangle.

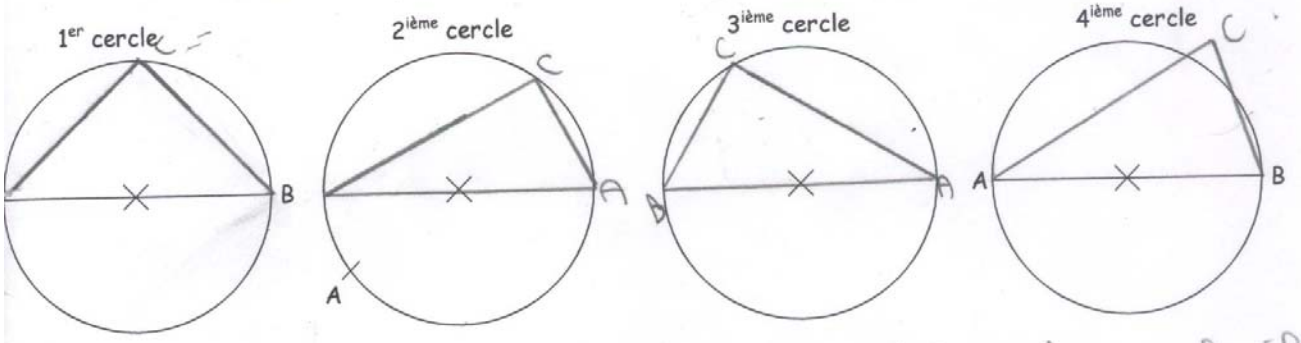
si un parallélogramme a ses diagonales de m̂ longueur et qui se coupe en leur milieu alors c'est un rectangle
donc : ABDC est un rectangle

3ième étape : Démontrer que le point I est le centre du cercle circonscrit à ABC.

on sait que ABDC est un rectangle
or :

Objectifs : ➢ Découvrir la propriété réciproque.
➢ Démontrer que la propriété découverte.

ACTIVITÉ 4. Construire, sur chaque cercle, le triangle ABC tels que : [AB] soit un diamètre du cercle et C appartient au cercle pour les 3 premiers cercle mais C est à l'extérieur du cercle pour le 4ième cercle.



Qu'observez-vous ? que pour que le point C soit en dehors du cercle il ne faut pas faire du triangle rectangle

Formuler une conjecture sur la nature du triangle ABC :
« Si un triangle n'est pas rectangle
Alors tout les points ne seront pas sur le cercle »

ACTIVITÉ 5. Démonstration de cette propriété.

Tracer un segment [MN] et placer son milieu I. Tracer le cercle de diamètre [MN]. Placer un point P sur ce cercle distinct de M et N.

1ère étape : Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle MNP ?

I

2ième étape : Construire le point Q symétrique du point P par rapport a point I.
Que peut-on dire des diagonales du quadrilatère MNPQ ?

elle sont de m̂ longueur et se coupent en leur milieu

En déduire que ~~ABDC~~ MPNQ est un rectangle.
Justifier en citant avec précision la propriété utilisée.

Si un quadrilatère a ses diagonales de m̂ milieu et de m̂ longueur alors c'est un rectangle
Donc MQNP est un rectangle Donc triangle MNP rectangle en P

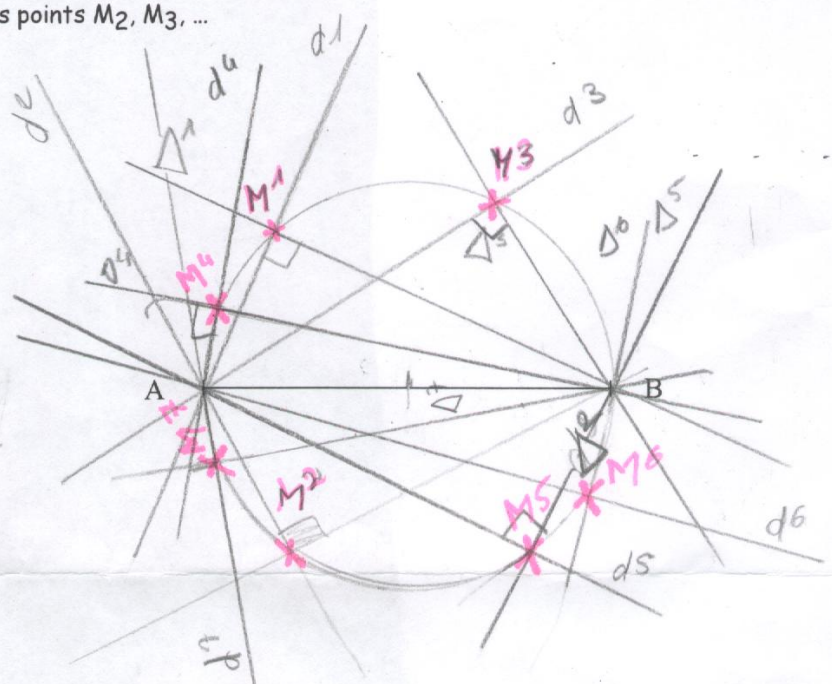
3ième étape : Que peut-on conclure pour le triangle MNP ?

il est rectangle

Objectifs : ➢ Découvrir la propriété qui caractérise le triangle rectangle par son inscription dans un cercle.

ACTIVITÉ 1. Étant donné deux points A et B, tracer une droite d_1 passant par A, puis une droite Δ_1 passant par B et perpendiculaire à d_1. Marquer en rouge le point M_1 intersection des droites d_1 et Δ_1. Recommencer avec d'autres droites d_2, d_3, ... et Δ_2, Δ_3, ...

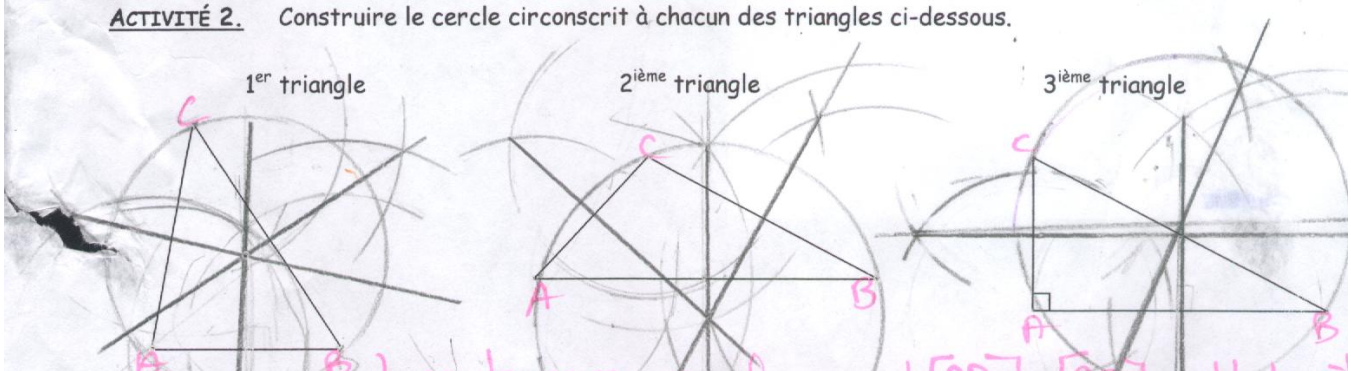
On obtient ainsi les points M_2, M_3, ...



Où sont situés tous ces points M_1, M_2, M_3, ...?

Ils sont situés sur un cercle de diamètre [AB]

ACTIVITÉ 2. Construire le cercle circonscrit à chacun des triangles ci-dessous.



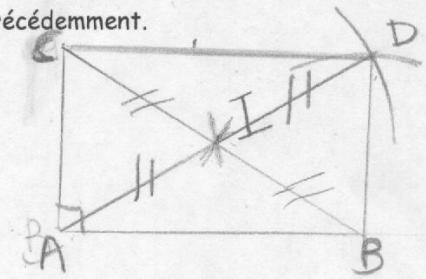
Qu'observez-vous ? le cercle passe par le segment [AB] ; [AB] est le diamètre de ce cercle. Les médiatrices sont concourantes.

Formuler une conjecture sur la position du centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle :

« Si dans un triangle rectangle, les médiatrices se coupent au milieu de l'hypoténuse

Alors c'est le milieu d'un côté de cir concrite »

Objectifs : ➢ Démontrer que la propriété découverte précédemment.



ACTIVITÉ 3. Démonstration de cette propriété.

Tracer un triangle ABC rectangle en A.
Placer le milieu I du côté [BC].
Construire le point D symétrique de A par rapport à I.

1ère étape : Montrer que ABDC est un parallélogramme.

On sait que : ABC est un triangle rectangle en A. I est le milieu de BC et D est le symétrique de A par rapport à I donc I est le milieu de AB. ABDC est un quadrilatère

or : si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu

Donc : c'est un parallélogramme.

2ième étape : En déduire que ABDC est un rectangle.

On sait que : ABCD est un parallélogramme. ABC est un triangle rectangle en A D symétrique de A. I est le milieu de AB et de CB

or : si un parallélogramme a un angle droit alors ce

c'est un rectangle

Donc : ABDC est un rectangle

3ième étape : Démontrer que le point I est le centre du cercle circonscrit à ABC.

On sait que : I est le milieu de AB et de BC

Si un rectangle a ses diagonales qui sont de même

or : longueur et se coupent en leur milieu.

Donc : I est le centre circonscrit à ABC

4ième étape : En déduire : IA = IB = IC..

On sait que : I est le milieu de AD. ABDC est un rectangle

I est le milieu de BC donc IA = IB

or : si un quadrilatère est un rectangle alors c'est

diagonales ont le même milieu et de même longueur.

Donc : IA = IB = IC

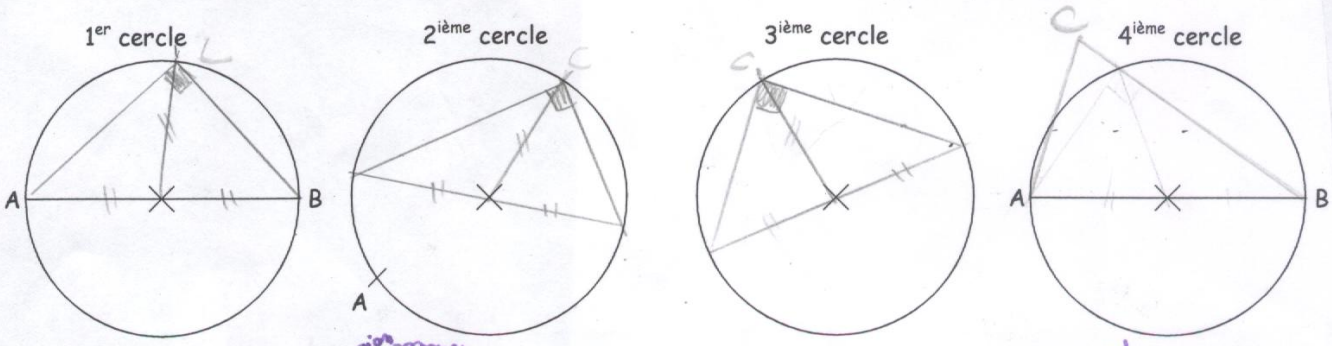
Énoncer une propriété concernant la médiane d'un triangle rectangle.

« Si un triangle est rectangle alors le centre du cercle circon

Alors et le milieu de l'hypoténuse. »

Objectifs : ➢ Découvrir la propriété réciproque.
➢ Démontrer que la propriété découverte.

ACTIVITÉ 4. Construire, sur chaque cercle, le triangle ABC tels que : [AB] soit un diamètre du cercle et C appartient au cercle pour les 3 premiers cercle mais C est à l'extérieur du cercle pour le 4ième cercle.



Qu'observez-vous ? les triangles sont dans le cercle donc ils sont rectangle

Formuler une conjecture sur la nature du triangle ABC :
« Si dans un cercle, un triangle a pour sommet l'extrémités d'un diamètre et un point du cercle
Alors ce triangle est rectangle en ce point »

ACTIVITÉ 5. Démonstration de cette propriété.

Tracer un segment [MN] et placer son milieu I. Tracer le cercle de diamètre [MN]. Placer un point P sur ce cercle distinct de M et N.

1ère étape : Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle MNP ?

Le centre du cercle circonscrit au triangle MNP c'est le point I

2ième étape : Construire le point Q symétrique du point P par rapport a point I.
Que peut-on dire des diagonales du quadrilatère MNPQ ?

Elles sont de mêmes longueurs et se coupent en leur milieu

En déduire que ABDC est un rectangle.
Justifier en citant avec précision la propriété utilisée.

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en un même milieu et de mêmes longueurs alors c'est un rectangle

3ième étape : Que peut-on conclure pour le triangle MNP ?

Le triangle MNP est rectangle en P

Activité 8

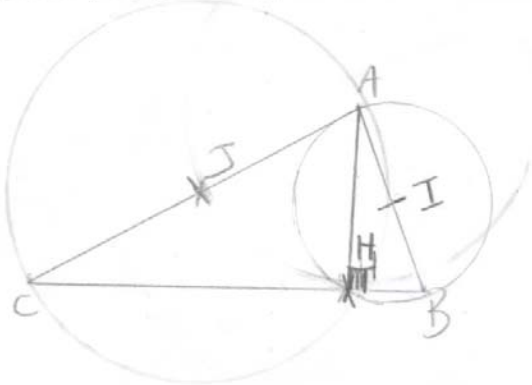
ÉNONCÉ :

ABC est un triangle. Les points I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC].
Le cercle de centre I et de rayon IA recoupe la droit (BC) au point H.

1°) Démontrer que le triangle ABH est rectangle en H.

2°) Démontrer que le point H appartient au cercle de centre J et de rayon JA.

FIGURE :



1ère étape : Démontrer que le triangle ABH est rectangle en H.

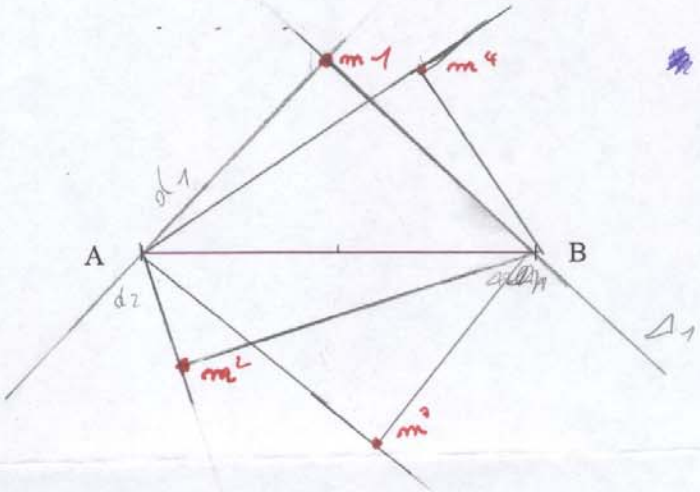
On sait que : I est le milieu de [AB], I centre du cercle, IA rayon
AHB est un triangle [AB] diamètre du cercle
OR : si dans un cercle, un triangle a pour sommet les extremité d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point
Donc : AHB est un triangle rectangle en H

2ième étape : Démontrer que le point H appartient au cercle de centre J et de rayon JA.

On sait que : ACH est un triangle rectangle en H ; AJ rayon du cercle circonscrit de centre J donc AC est un diamètre du cercle, J est le milieu de [AC]
OR : si un triangle est rectangle alors la longueur de la mediane est égale à la moitié de la longueur de l'hypothénuse donc : H appartient

ACTIVITÉ 1. Étant donné deux points A et B, tracer une droite d_1 passant par A, puis une droite Δ_1 passant par B et perpendiculaire à d_1. Marquer en rouge le point M_1 intersection des droites d_1 et Δ_1. Recommencer avec d'autres droites d_2, d_3, ... et Δ_2, Δ_3, ...

On obtient ainsi les points M_2, M_3, ...

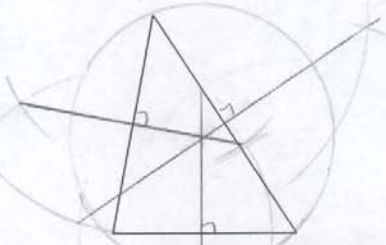


Où sont situés tous ces points M_1, M_2, M_3, ...?

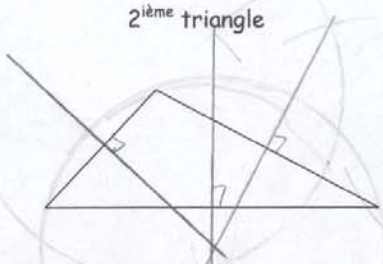
si on trace un cercle de centre milieu [AB] le point dessus

ACTIVITÉ 2. Construire le cercle circonscrit à chacun des triangles ci-dessous.

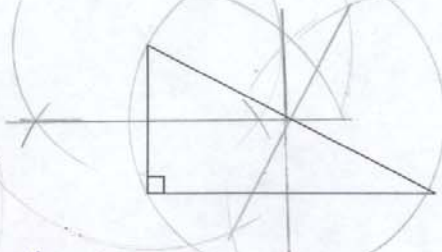
1er triangle



2ième triangle



3ième triangle



Qu'observez-vous ? que le cercle passe par les trois point du triangle

Formuler une conjecture sur la position du centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle :

« Si les points sont sur les trois médiatrices du triangle

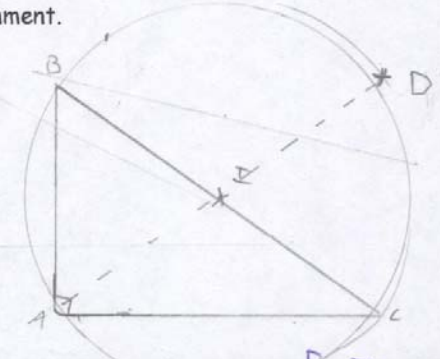
Alors le point est a égale distance des trois sommet et le centre du cercle circonscrit »

IREM de Montpellier
Groupe Intégration des outils informatiques
Page 6
27/01/04

si un triangle est rectangle alors le centre du cercle et le milieu de l'hypoténuse.

Objectifs : ➢ Démontrer que la propriété découverte précédemment.

ACTIVITÉ 3. Démonstration de cette propriété.



Tracer un triangle ABC rectangle en A.
Placer le milieu I du côté [BC].
Construire le point D symétrique de A par rapport à I.

1ère étape : Montrer que ABDC est un parallélogramme.

I milieu de [BC]
I milieu de [AD] car D symétrique de A par rapport à I

on sait que : ABDC est un quadrilatère.
BI = IC et AI = ID
or : si un quadrilatère a ses diagonale qui se coupe en leur milieu alors il est un parallélogramme
donc : ABDC est un parallélograme

2ième étape : En déduire que ABDC est un rectangle.

on sait que : $\widehat{BAC}$ est ~~un angle~~ droit et que ABDC est un parallélogramme
or : si un parallélograme a un angle droit alors ~~il~~ est un rectangle
donc ABDC est un rectangle

3ième étape : Démontrer que le point I est le centre du cercle circonscrit à ABC.

on sait que : ABDC est ~~un~~ rectangle
or : si un parallélograme est un rectangle alors ses diagonale sont de meme longueur
donc : BI = IC = IA = ID

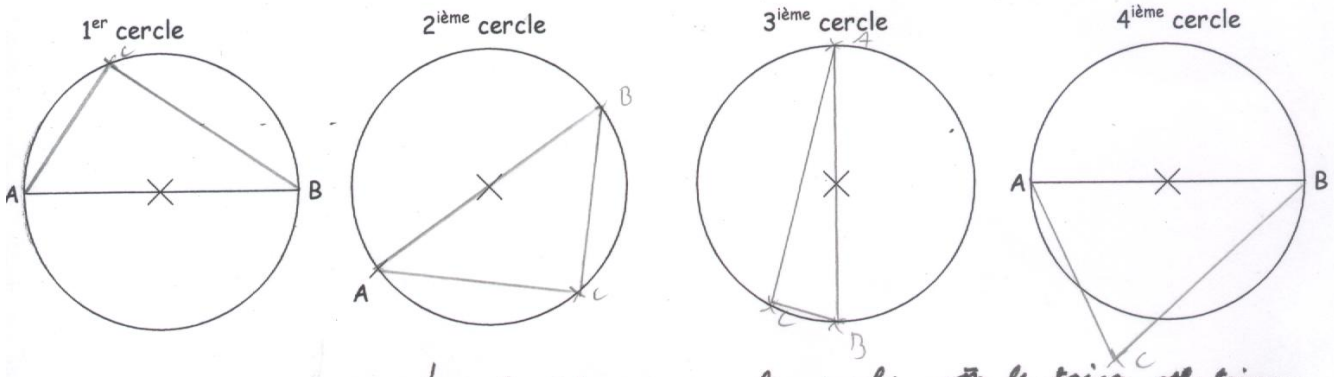
4ième étape : En déduire : IA = IB = IC..

Énoncer une propriété concernant la médiane d'un triangle rectangle.

« Si un triangle est rectangle
Alors le centre du cercle circonscrit est au millieu de l'hypoténuse »

Objectifs : ➢ Découvrir la propriété réciproque.
➢ Démontrer que la propriété découverte.

ACTIVITÉ 4. Construire, sur chaque cercle, le triangle ABC tels que : [AB] soit un diamètre du cercle et C appartient au cercle pour les 3 premiers cercle mais C est à l'extérieur du cercle pour le 4ième cercle.



Qu'observez-vous ? quand C est sur le cercle le triangle est rectangle

Formuler une conjecture sur la nature du triangle ABC :
« Si le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse
Alors le triangle est rectangle »

ACTIVITÉ 5. Démonstration de cette propriété.

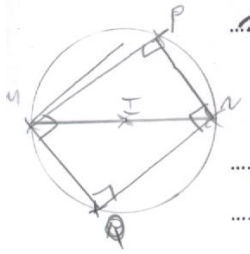
Tracer un segment [MN] et placer son milieu I. Tracer le cercle de diamètre [MN]. Placer un point P sur ce cercle distinct de M et N.

1ère étape : Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle MNP ?

le point I

2ième étape : Construire le point Q symétrique du point P par rapport a point I.
Que peut-on dire des diagonales du quadrilatère MNPQ ?

sont de meme longueur et se coupent en leur milieu



En déduire que ~~ABDC~~ MPNQ est un rectangle.
Justifier en citant avec précision la propriété utilisée.

si un quadrilatère a ses diagonales de meme milieu et de meme longueur alors ses un rectangle

3ième étape : Que peut-on conclure pour le triangle MNP ?

donc MPN est un triangle rectangle

Activité 8

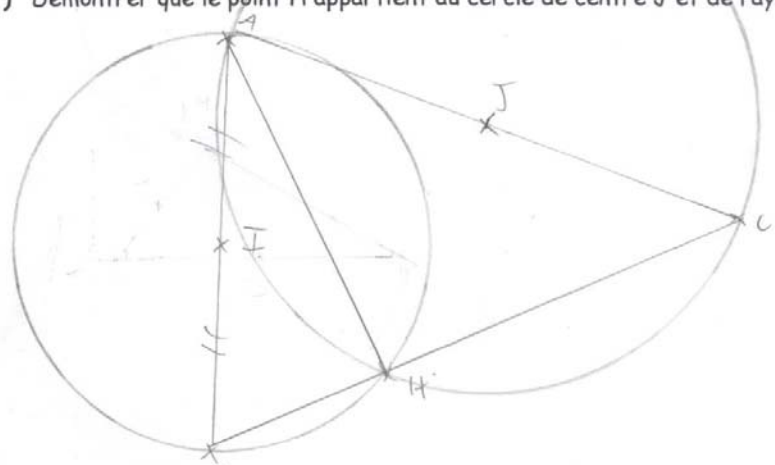
ÉNONCÉ :

ABC est un triangle. Les points I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC].
Le cercle de centre I et de rayon IA recoupe la droit (BC) au point H.

1°) Démontrer que le triangle ABH est rectangle en H.

2°) Démontrer que le point H appartient au cercle de centre J et de rayon JA.

FIGURE :



1ère étape : Démontrer que le triangle ABH est rectangle en H.

on sait que : [AB] diamètre du cercle de centre I
H point du cercle

or : si dans un cercle un triangle a pour sommet les extrémités d'un diamètre et un point du cercle, alors ce triangle est rectangle en ce point.

donc : ABH est rectangle en H

2ième étape : Démontrer que le point H appartient au cercle de centre J et de rayon JA.

or sait que : ACH est rectangle en H
J millieu de l'hypothénuse

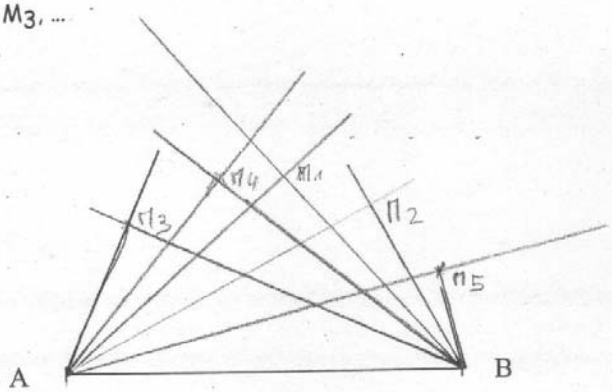
or : si un triangle est rectangle alors ~~le centre du cercle~~ ~~circonscrit~~ l'hypoténuse est un diamètre du cercle circonscrit au ~~du~~ triangle ACH

donc H est un point du cercle

Accès au sommaire

ACTIVITÉ 1. Étant donné deux points A et B, tracer une droite d_1 passant par A, puis une droite Δ_1 passant par B et perpendiculaire à d_1. Marquer en rouge le point M_1 intersection des droites d_1 et Δ_1. Recommencer avec d'autres droites d_2, d_3, ... et Δ_2, Δ_3, ...

On obtient ainsi les points M_2, M_3, ...

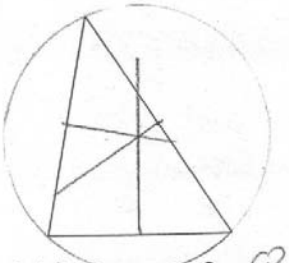


Où sont situés tous ces points M_1, M_2, M_3, ...?

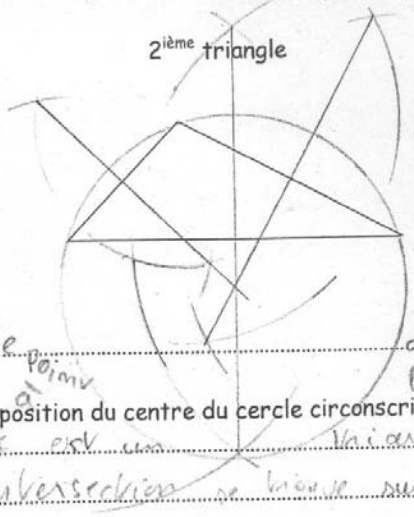
Les points se situe sur un cercle sont placé sur le cercle de diamètre [AB]

ACTIVITÉ 2. Construire le cercle circonscrit à chacun des triangles ci-dessous.

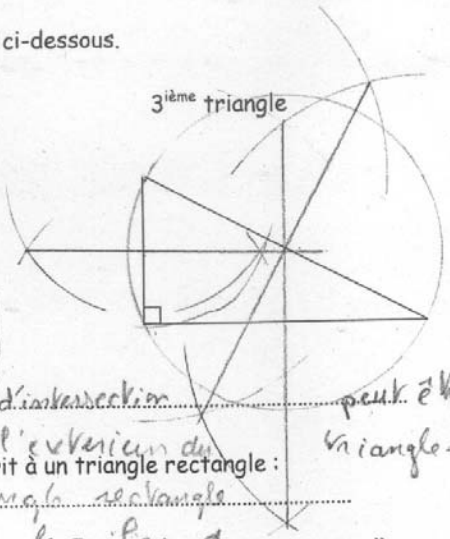
1er triangle



2ième triangle



3ième triangle



Qu'observez-vous ? Que le point d'intersection peut être à l'intérieur ou à l'extérieur du triangle.

Formuler une conjecture sur la position du centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle :

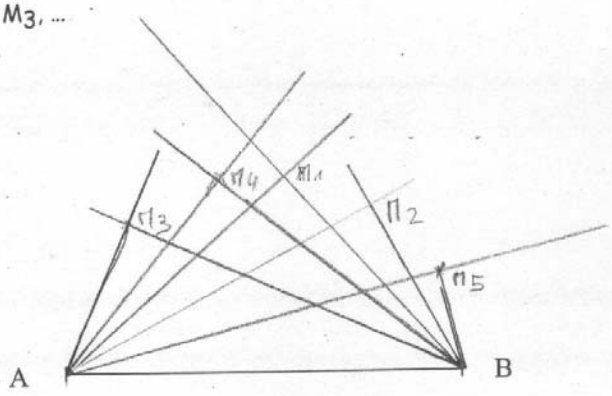
« Si un quadrilatère est un triangle rectangle

Alors le point d'intersection se trouve sur le milieu de l'hypoténuse. »

IREM de Montpellier Page 6 27/01/04

ACTIVITÉ 1. Étant donné deux points A et B, tracer une droite d_1 passant par A, puis une droite Δ_1 passant par B et perpendiculaire à d_1. Marquer en rouge le point M_1 intersection des droites d_1 et Δ_1. Recommencer avec d'autres droites d_2, d_3, ... et Δ_2, Δ_3, ...

On obtient ainsi les points M_2, M_3, ...



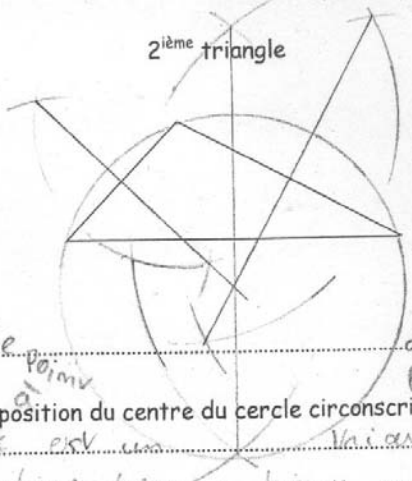
Où sont situés tous ces points M_1, M_2, M_3, ...?

Les points se situe sur un cercle sont placé sur le cercle de diamètre [AB]

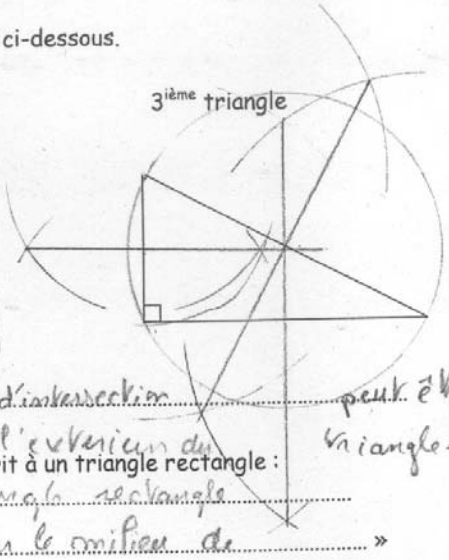
ACTIVITÉ 2. Construire le cercle circonscrit à chacun des triangles ci-dessous.

1er triangle

2ième triangle



3ième triangle



Qu'observez-vous ? Que le point d'intersection peut être à l'intérieur ou à l'extérieur du triangle.

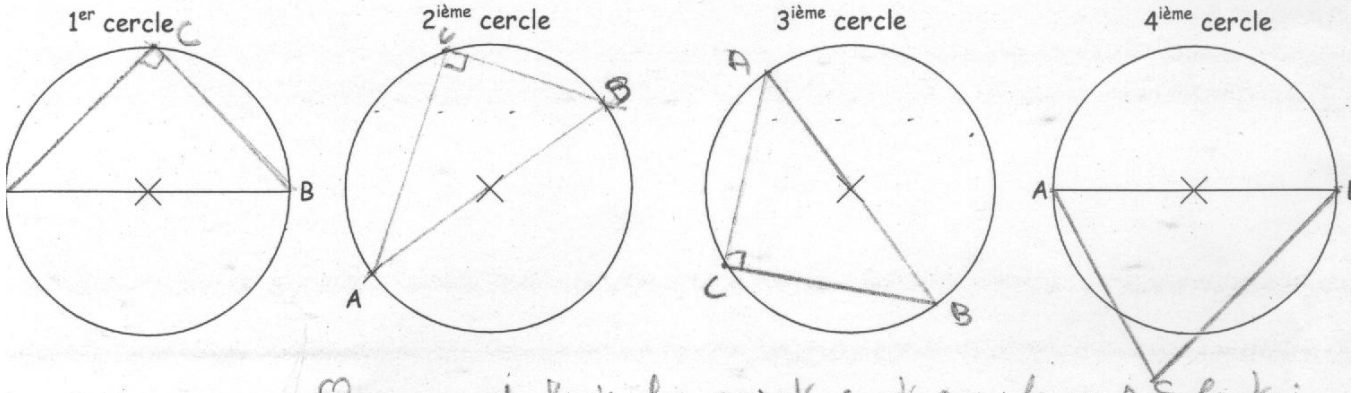
Formuler une conjecture sur la position du centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle :

« Si un quadrilatère est un triangle rectangle

Alors le point d'intersection se trouve sur le milieu de l'hypothénuse. »

➢ Démontrer que la propriété découverte.

ACTIVITÉ 4. Construire, sur chaque cercle, le triangle ABC tels que : [AB] soit un diamètre du cercle et C appartient au cercle pour les 3 premiers cercle mais C est à l'extérieur du cercle pour le 4ième cercle.



Qu'observez-vous ? Que quand tout les point sont sur le cercle le triangle est rectangle alors que si un point n'est pas sur cercle le triangle n'est pas rec

Formuler une conjecture sur la nature du triangle ABC :
« Si un triangle

Alors »

ACTIVITÉ 5. Démonstration de cette propriété.

Tracer un segment [MN] et placer son milieu I. Tracer le cercle de diamètre [MN]. Placer un point P sur ce cercle distinct de M et N.

1ère étape : Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle MNP ?

Le centre du cercle circonscrit est I

2ième étape : Construire le point Q symétrique du point P par rapport a point I.
Que peut-on dire des diagonales du quadrilatère ~~MNPQ~~ ? MPNQ

Elle sont de même longueur et se coupent en leur mi

En déduire que ~~ABDC~~ MPNQ est un rectangle.

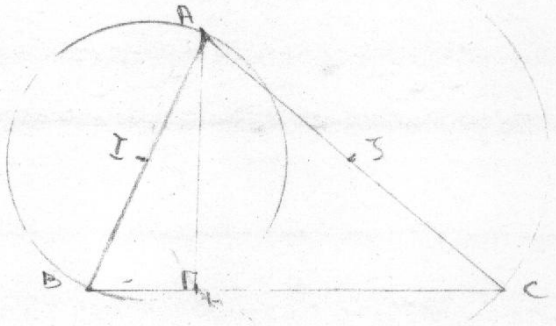
ÉNONCÉ :

ABC est un triangle. Les points I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC].
Le cercle de centre I et de rayon IA recoupe la droit (BC) au point H.

1°) Démontrer que le triangle ABH est rectangle en H.

2°) Démontrer que le point H appartient au cercle de centre J et de rayon JA.

FIGURE :



1ère étape : Démontrer que le triangle ABH est rectangle en H.

on sait que : I est le centre du cercle
[AB] est le diamètre du cercle
or : Si dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.
donc : ABH est rectangle en H

2ième étape : Démontrer que le point H appartient au cercle de centre J et de rayon JA.

on sait que J est le milieu de [AC]
ABH est rectangle en H
or : Si dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.
réciproque
Donc : ACH est rectangle en H. donc H appartient au centre du cercle J.

Accès au sommaire

Etape	date	réalisations	contributeurs
1	Octobre 2001	Création d'une fiche élève faisant suite à la visualisation d'un fichier accompagnant le logiciel Cabri	Un formateur de l'équipe I.O.I. de l'IREM
2	Décembre 2003	Compléments sur la fiche élève (rédaction d'une démonstration) et création d'un fichier d'aide à la compréhension de cette démonstration	Un stagiaire du SFoDEM
3	Janvier 2004	Compléments sur la fiche élève (découverte de la propriété réciproque et de la démonstration) et création de deux fichiers Cabri d'aide à la compréhension de cette démonstration	Un stagiaire du SFoDEM
4	Février 2004	Compléments sur la fiche élève (exercices types) et création d'un fichier Cabri d'aide à la résolution d'un exercice	Un stagiaire du SFoDEM
5	Mars 2004	Création des fiches professeur et technique	Formateurs et un stagiaire du SFoDEM
6	Avril 2004	Création des fiches d'identification et scénario d'usage	Formateurs et deux stagiaires du SFoDEM
7	Mai 2004	Création de la fiche traces de travaux d'élèves	Un stagiaire du SFoDEM
8	Novembre 2005	Création de la fiche CV	Un formateur de l'équipe I.O.I. de l'IREM

Accès au sommaire