Test d'égalités

Claire DUPE

COMPTE RENDU D'EXPERIMENTATION

Préambule :
J'ai testé cette activité dans une de mes classes de 5ème après avoir fait quelques activités sur les notions suivantes :

- le passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale et réciproquement (lorsque cela est possible !) ;
- la représentation d'une fraction d'une grandeur ;
- les produits de la forme $a \times \frac{b}{c}$ $(c \neq 0)$ à travers quelques problèmes.

Aucun travail spécifique n'avait été refait sur l'égalité de nombres en écriture fractionnaire.
Pour moi, cette activité avait un double objectif :

- Dresser un état des lieux des savoirs et des savoir-faire des élèves, actuels et antérieurs à cette classe ;
- Utiliser en classe, les traces écrites des formulations erronées des élèves pour les faire évoluer vers des écrits mathématiquement valides.

Ces objectifs ont clairement été exposés aux élèves.
Un élève a rendu sa feuille complètement blanche.
Au moment où ce bilan est réalisé, je n'ai pas encore repris toutes les questions en classe puisque j'ai fait le choix de les reprendre au fur et à mesure de la leçon. Certaines des remarques formulées ci-dessous ne sont donc que des hypothèses de travail.

Question (1)		
$\frac{7\times4}{7\times9}=\frac{4}{9}$	*Vrai* - *Faux*	Pourquoi ?

14 élèves ont répondu vrai, 8 élèves ont répondu faux et 3 élèves n'ont pas répondu.

Dans les 14 réponses "vrai" :

- 4 élèves ont justifié en utilisant la règle formulée dans le langage naturel ;
- 3 élèves sont passés par la fraction $\frac{28}{63}$ puis l'ont simplifiée ;
- 2 élèves sont passés par des fractions telles que $\frac{21}{63}$ ou $\frac{28}{56}$ (issues d'erreurs de calcul sur les produits) puis l'ont simplifiée en $\frac{4}{9}$.
  Pour ces élèves, on peut se demander s'il y a eu cumul d'erreurs de calcul ou bien une « incitation » à écrire $\frac{4}{9}$ car tel était le résultat proposé. Néanmoins, l'idée de « règle » semble présente à leur esprit ;

- 2 élèves ont justifié ainsi : parce qu'« *il y a deux fois un même chiffre* » ou « *on peut barrer les deux 7* ». Cette formulation élève, a été retrouvée presque à l'identique pour la question 3. La confrontation des questions 1 et 3 ainsi que des différentes réponses permettra de déstabiliser ces formulations et d'en établir une mathématiquement correcte ;
- 1 élève car « *7 : 7 cela fait 1 et 4 : 9 c'est 4 : 9 donc* $\frac{1\times 4}{1\times 9}=\frac{4}{9}$
- 1 élève car « *le résultat est correct* ».
- 1 élève parce que « *dans les deux multiplications, il y a un nombre égal et lorsqu'il y a deux nombres égaux dans chaque multiplication, on les barre* ».

Dans les 8 réponses "faux" :

- 3 élèves ont dit que $\frac{7\times 4}{7\times 9}=\frac{28}{63}$ et se sont arrêtés là ou ont dit que l'on ne pouvait pas diviser 63 par 9.
- 3 élèves ont dit que *"7×4 n'est pas égal à 4 et que 7×9 n'est pas égal à 9"*.
- 1 élève a vraisemblablement commis une erreur d'énoncé puisqu'il a écrit : « $\frac{7\times 4}{7\times 8}=\frac{4}{8}$ » ;
- 1 élève a répondu « *une multiplication par un nombre ne donne pas le même nombre* ».
  A mon sens, cette phrase est induite par une expression incorrecte souvent prononcée en classe « *Par combien multiplie-t-on pour passer de* $\frac{5}{7}$ *à* $\frac{20}{28}$ *?* » ou encore « *Comment passe-t-on de* $\frac{5}{7}$ *à* $\frac{20}{28}$ *?* ». Il sera très important de faire comprendre la différence entre $a\times\frac{b}{c}$ et $\frac{a\times b}{a\times c}$.

Question (2)		
$\frac{7}{3}=2,333333333$	*Vrai - Faux*	Pourquoi ?

Il y a 9 réponses "faux" :

- 2 élèves parce que « *cela ne fait pas exactement 2,333333.... et le résultat ne peut s'écrire que sous forme fractionnaire* » ;
- 3 élèves parce que « $\frac{7}{3}$ *n'a pas d'écriture décimale* » ;
- 1 élève parce que $2,333333333\times 3\neq 7$;

- 1 élève parce que « *l'écriture décimale n'est pas précise contrairement à l'écriture fractionnaire* » ;
- 1 élève n'a pas dit pourquoi ;
- 1 élève parce que « *le résultat doit être une fraction* ».

Il y a 12 réponses " vrai"

- 3 élèves parce que « *7 n'est pas divisible par 3* » ;
- 5 élèves ont refait la division et ont confirmé le résultat proposé ;
- 2 élèves parce que « *7 divisé par 3 c'est à peu près 2* » (raisonnement basé sur des valeurs approchées) ;
- 1 élève parce que « *le résultat est inférieur à 2,5 mais supérieur à 2 mais ce n'est pas exact* » ;
- 1 élève parce que « *le résultat est correct* ».

Quatre élèves n'ont pas répondu.

Question (3)		
$\frac{2+3}{2+5}=\frac{3}{5}$	*Vrai* - *Faux*	Pourquoi ?

17 élèves ont répondu « faux », 5 élèves ont répondu « vrai » et 3 élèves n'ont pas répondu.
Les élèves qui ont répondu faux ont donné des explications très différentes :

- 5 élèves ont dit faux car $\frac{2+3}{2+5}=\frac{5}{7}$ et que $\frac{3}{5}\neq\frac{5}{7}$;
- 3 élèves ont fait référence à l'idée des règles (existantes ou pas) car « *aucun nombre ne sont multiples* »; « *2 est additionné, pour que cela marche, il faudrait qu'il soit multiplié* » ; « *on n'a pas le droit de faire* $\frac{2+3}{2+5}$ » ;
- 2 élèves parce que « *on ne peut pas avoir un résultat exact si on ajoute un nombre au numérateur et au dénominateur* » ou « *lorsque l'on additionne cela donne forcément un nombre plus grand* » ;
- 4 élèves car « $2+3\neq 3$ *et* $2+5\neq 5$ » ;
- 1 élève car « $\frac{2+3}{2+5}=\frac{6}{10}$ *et* $\frac{6}{10}$ *n'est pas divisible par* $\frac{3}{5}$ » ;
- 2 élèves n'ont pas donné de justification ou ont écrit « *je ne sais pas* ».

Pour les élèves ayant répondu vrai :

- 2 élèves parce que « *on a additionné le même nombre au numérateur et au dénominateur* » ou « *il y a deux fois le même chiffre* » ;

- 1 élève parce que $\frac{5}{7} = \frac{3}{5}$;
- 2 élèves n'ont pas donné de justifications.

Question (4)		
$\frac{24}{40} = \frac{3}{5}$	*Vrai* - *Faux*	Pourquoi ?

Il y a eu 17 réponses " vrai" :

- 7 élèves car « $\frac{24}{40} = \frac{24:8}{40:8} = \frac{3}{5}$ », « *24 : 3 = 8 et 40 : 5 = 8* » ou « *dans la table de 3 il y a 24 (3 × 8) et dans celle de 5 il y a 40 (8 × 5)* ;
- 4 élèves car $\frac{3}{5} = \frac{3\times8}{5\times8} = \frac{24}{40}$;
- 4 élèves car « *24 est un multiple de 3 et 5 est un multiple de 40* », « *24 est divisible par 3 et 40 est divisible par 5* ». (On constate ici que d'une part la terminologie n'est pas bien établie et que d'autre part n'apparaît pas le fait que 24 et 40 soient des multiples d'un même nombre) ;
- 1 élève car « $\frac{24}{40}$ *et* $\frac{3}{5}$ *sont toutes deux égales à 6* ». (Cet élève a vraisemblablement voulu passer par l'écriture décimale en commettant une erreur de calcul) ;
- 1 élève car « *lorsque l'on divise numérateur et dénominateur par un même nombre, elles ont le même nombre décimal* ».

Il y a eu 5 réponses " faux" :

- 1 élève car $\frac{3}{5} \neq \frac{3\times7}{5\times8}$;
- 1 élève car « *24 : 10 = 2,4 et 40 : 10 = 4 donc cela fait* $\frac{2,4}{4}$ » ;
- 3 élèves sans justification.

Trois élèves n'ont pas répondu.

Question (5)		
$3\times\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$	*Vrai* - *Faux*	Pourquoi ?

12 élèves ont répondu "vrai" :

Test d'égalités

Claire DUPE

- 7 élèves car $\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$ *et* $3 \times 0 = 0$;
- 1 élève car $\frac{1}{4} = 4$ *et* $4 \times 0 = 0$;
- 1 élève car $\frac{1}{4} = 2$ *et* $2 \times 0 = 0$
- 2 élèves ont uniquement confirmé le résultat « *cela fait bien zéro* » ;
- 1 élève car « *il a enlevé la multiplication donc cela fait bien zéro* ».

9 élèves ont répondu " faux" :

- 1 élève a fait le calcul en passant par l'écriture décimale ;
- 2 élèves ont fait référence à la priorité de la multiplication ;
- 1 élève a dit que « *comme le numérateur n'est pas nul donc le résultat ne peut pas être nul* » ;
- 4 élèves n'ont pas donné d'explication.

4 élèves n'ont pas répondu.