Test d'égalités

S.Pellequer

COMPTE RENDU D'EXPERIMENTATION

Compte rendu de l'activité dans une autre classe de cinquième
(27 élèves)

Question (1)		
$\frac{7\times4}{7\times9}=\frac{4}{9}$	*Vrai* - *Faux*	Pourquoi ?

19 élèves ont répondu vrai et 8 élèves ont répondu faux.

Dans les 19 réponses "vrai" :

- 6 élèves ont justifié en utilisant la règle formulée dans le langage naturel ou dans le langage mathématique (réponse validée lors de la correction)
- 9 élèves sont passés par la fraction 28/63 puis par sa simplification (réponse validée lors de la correction)
- 1 élève a utilisé la valeur approchée 0,444 des quotients 4/9 et 28/63. (Cette réponse n'a pas été acceptée lors de la correction)
- 1 élève a dit qu'il y a deux fois le nombre 7 et donc qu'on peut l'éliminer (cet élève appliquera cette « règle » pour la question 3 ; il semble ne pas avoir intégré qu'il faut aussi une multiplication dans les conditions d'application de la règle de simplification)
- 1 élève a justifié en disant que 28 est un multiple de 4 et que 63 est un multiple de 9 (il semble lui manquer l'idée d'un facteur commun)
- 1 élève qui n'a donné aucune explication.

Dans les 8 réponses "faux" :

- 4 élèves ont dit *« il faut multiplier 7×4 et 7×9 et on trouve la bonne égalité. »*.
- 2 élèves ont dit *« 7×4 ça ne fait pas 4 et pareil pour 7×9 »*.
- 2 élèves ont dit « *dans une multiplication de fractions on multiplie les numérateurs ente eux et les dénominateurs entre eux.* »

- (Ces deux élèves vont aussi « voir » $\frac{2+3}{2+5}$ comme la somme de deux fractions).
- 1 élève a dit *« parce que si on multiplie 4 c'est pour qu'il soit plus grand et pas qu'il reste 4 ; ça fait donc* $\frac{7\times4}{7\times9}=\frac{28}{63}$ ».

On peut remarquer que très peu d 'élèves associent directement la règle de simplification quand ils sont en présence d'une écriture comme $\frac{7\times4}{7\times9}$.

De plus, pour beaucoup d'autres, on peut se demander si la règle qu'ils utilisent pour effectuer ce calcul n'est pas la règle de multiplication de deux fractions alors qu'ils sont en présence d'une seule fraction

Question (2)		
$\frac{7}{3}=2,333333333$	*Vrai* - *Faux*	Pourquoi ?

Il y a 8 réponses "faux" :

- 1 élève parce que "*le résultat a une infinité de chiffres décimaux et qu'on ne peut pas les dénombrer*"
- 4 élèves parce que « *c'est environ* » ou « *car on ne trouve jamais dans ce cas là un nombre exact, il faut mettre le signe* $\approx$ »
- 2 élèves parce que « $\frac{7}{3}\approx$*2,333333333 et* $\frac{7}{3}$ *n'est pas un nombre décimal* » ou car $\frac{7}{3}\neq$*2,333333333*

Il y a 19 réponses " vrai"

- 6 élèves car si on divise 7 par 3 on trouve 2,333333333.
- 6 élèves car « $\frac{7}{3}$ *ne peut pas donner un résultat exact* » ou « *parce que* $\frac{7}{3}$ *est approximativement égal à 2,3 et que* $\frac{7}{3}$*>1* » ou « *parce que 1 : 3 = 0,333333…* » *0,333333…*$\times$*7=2,33333…* »(de manière étonnante on retrouve le même argument pour dire faux que pour dire vrai.)

- 4 élèves car si on divise, on trouve 2,3 ou 2, 333 ou 2,3333 (ces élèves ont donné un résultat ayant un, deux ou trois ou quatre chiffres après la virgule donc un résultat différent de 2,333333333 mais ils marquent tout de même vrai.)
- 2 élèves car « 7 : 3 =2,33333…. » ou «7 : 3 = 2,3333ect » (ces deux élèves ne différencient pas plus leur réponse de 2,333333333)
- 1 élève car « $\frac{7}{3}$ *est une division dont les nombres ne sont pas pairs donc on ne trouve pas un nombre décimal.* »

Question (3)		
$\frac{2+3}{2+5}=\frac{3}{5}$	*Vrai* - *Faux*	Pourquoi ?

1élève a répondu vrai car « *il y a deux fois le nombre 2 on peut donc les éliminer* » en référence, semble-t-il, à la règle de simplification.

26 élèves ont répondu faux mais avec des raisons différentes :

- 9 élèves ont dit faux car $\frac{2+3}{2+5}=\frac{5}{7}$ (réponse validée lors de la correction)
- 17 élèves ont fait référence à la règle d'addition de deux fractions car ils ont « vu » dans cette écriture deux fractions. Ils ont écrit « *car lorsqu'on additionne il faut que les deux dénominateurs soient les mêmes*» ou « *car on ne peut additionner les dénominateurs entre eux, il faut qu 'ils soient identiques pour garder le même et additionner les numérateurs.* » ou « *car si on multiplie 3 par 2, 5 par 2 on trouve* $\frac{6}{10}$*, et si on multiplie 2 par 5 et 2 par 5 on trouve* $\frac{10}{10}$ *et* $\frac{16+10}{10}\neq\frac{3}{5}$ » ou « *car 2 + 3 ne font pas 3 mais 5 et on n'additionne pas les dénominateurs entre eux.* »

- 1 élève a fait référence à la règle de simplification car : "*on n'a pas le droit d'ajouter en additionnant on ne peut le faire qu'en multipliant*"

Il est surprenant de constater le nombre important d'élèves qui ont vu une addition de deux fractions dans cette écriture ; ils se sont arrêtés à une lecture perceptive de la forme. Pour ces élèves, il semblerait que les écritures $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$ *et* $\frac{a+c}{b+d}$ représentent le même nombre.
Une des fonctions de cette activité est donc de mettre en évidence ce type d'erreur pour que les élèves prennent conscience des conditions d'application des règles.

	uestion (4)	
$\frac{24}{40}=\frac{3}{5}$	*Vrai* - *Faux*	Pourquoi ?

Il y a eu 23 réponses " vrai" :

- 15 élèves car $\frac{24}{40}=\frac{24:8}{40:8}=\frac{3}{5}$ (réponse validée lors de la correction)
- 3 élèves car $\frac{3}{5}=\frac{3\times 8}{5\times 8}=\frac{24}{40}$ (réponse validée lors de la correction)
- 2 élèves car 24 : 40 = 0,6 et que 3 : 5 = 0,6 (les valeurs du quotient sont exactes, la réponse est donc validée lors de la correction)
- 2 élèves car «*la fraction est juste simplifiée* »
- 1 élève car « *c'est une égalité* »

Autres réponses :

- 1 élève « faux » car « *on divise 24 par 40 et on trouve 0,6* »
- 3 élèves n'ont pas répondu.

	Question (5)	
$3\times\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=0$	*Vrai* - *Faux*	Pourquoi ?

La question 5 n'avait pas été posée.