SFODEM SUIVI DE FORMATION A DISTANCE POUR LES ENSEIGNANTS DE MATHEMATIQUES	**Théorème de Pythagore** Sommaire	IREM de Montpellier

- Fiche d'identification
- Fiche professeur
- Fiche élève
- Scénario(s) d'usage
- Fiche technique
- Traces de travaux d'élèves
- Compte-rendu(s) d'expérimentation
- CV

Programme officiel

Compétences exigibles :
Caractériser le triangle rectangle par la propriété de Pythagore et sa réciproque.
Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celle des deux autres.
En donner, s'il y a lieu, une valeur approchée, en faisant usage de la touche $\boxed{\sqrt{\ }}$ d'une calculatrice.

Commentaires :
On poursuit le travail sur la caractérisation des figures en veillant à toujours la formuler à l'aide d'énoncés séparés.

Objectifs pédagogiques

Découvrir la relation de Pythagore.
Etablir une démonstration.
Utiliser cette relation.

Pré-requis

Calculer le carré d'un nombre.
Calculer l'aire d'un triangle.

Intérêt

Les figures associées ont pour ambition d'établir un lien entre la géométrie de la figure et la relation de Pythagore. Les deux points de vue dans les 2 figures sont complémentaires : l'un s'appuie sur les aires des polygones et l'autre a un aspect plus dynamique avec les transformations.

Description de l'activité instrumentée

La figure représente un triangle rectangle et les carrés construits sur les côtés du triangle.
Une première partie consiste à découper des morceaux dans les plus petits carrés ; puis de les assembler afin de recouvrir le grand (fiche-élève 1). La figure pythpuzz.fig permet de corriger cette activité.
Un deuxième fichier thpythag.fig permet d'aider à l'élaboration d'une démonstration du théorème (fiche-élève 3).

Accès au sommaire

Accès à la liste des scénarios

Scénario :

Phase	Acteur	Description de la tâche	Situation	Outils et supports	Durée[1]
1	L'élève	Assemblage des pièces du puzzle	individuelle	Document papier fiche-élève 1/5	10 min
2	Le professeur et la classe	Correction et synthèse	collective	Matériel de rétroprojection et fichier pythpuzz.fig	5 min
3	L'élève	Calculs sur les longueurs de côtés de triangle et formulation d'une conjecture	individuelle	Document papier fiche-élève 2/5	10 min
4	Le professeur et la classe	Correction et synthèse	collective	Document papier fiche-élève 2/5	5 min
5	Le professeur et la classe	Construction d'une démonstration	collective	Matériel de rétroprojection et fichier thpythag.fig Document papier fiche-élève 3/5	10 min
6	L'élève	Utilisation du théorème	individuelle	Document papier fiche-élève 4/5	5 min
7	L'élève	Utilisation du théorème	individuelle	Document papier fiche-élève 5/5	10 min

Accès au sommaire

[1] Cette durée est donnée à titre indicatif et prévisionnel

Nom du fichier	pythpuzz.fig et thpythag.fig
Logiciel utilisé	Cabri II
Description	Les figures représentent un triangle rectangle et les carrés construits sur les côtés du triangle.
Mode d'emploi	• points libres : les trois sommets permettent d'obtenir différents triangles rectangles. • curseurs : ils permettent de réaliser l'animation.
Documentation	Logiciel Cabri II (Prise en main - Réalisation de curseurs) Matériel de rétroprojection

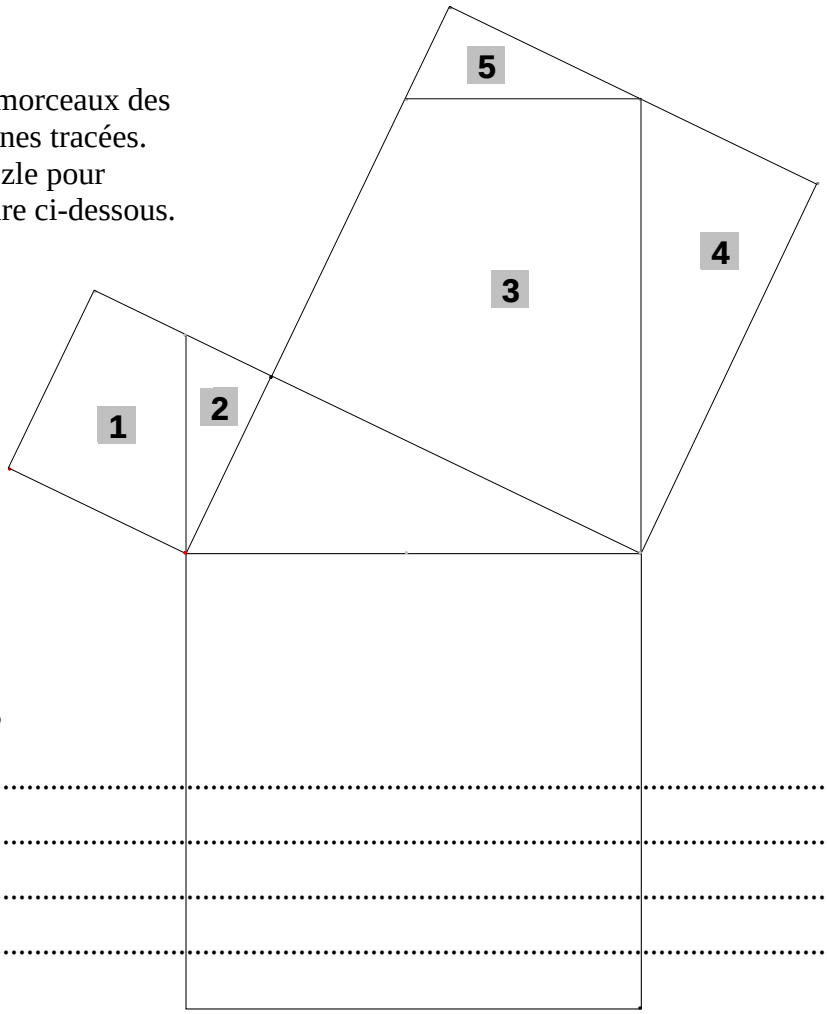
Accès au sommaire

Objectif : Découvrir le théorème de Pythagore.

Première partie :

<u>Consigne</u> *:*

Découper, en bas de page, les cinq morceaux des deux petits carrés, en suivant les lignes tracées. Ensuite assembler les pièces du puzzle pour recouvrir le grand carré dans la figure ci-dessous.



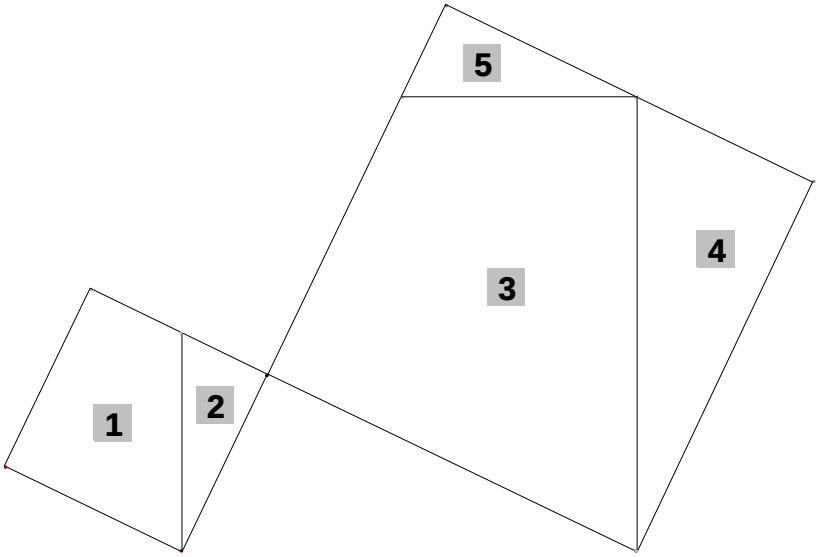
Quelle conjecture peut-on émettre ?

.....

.....

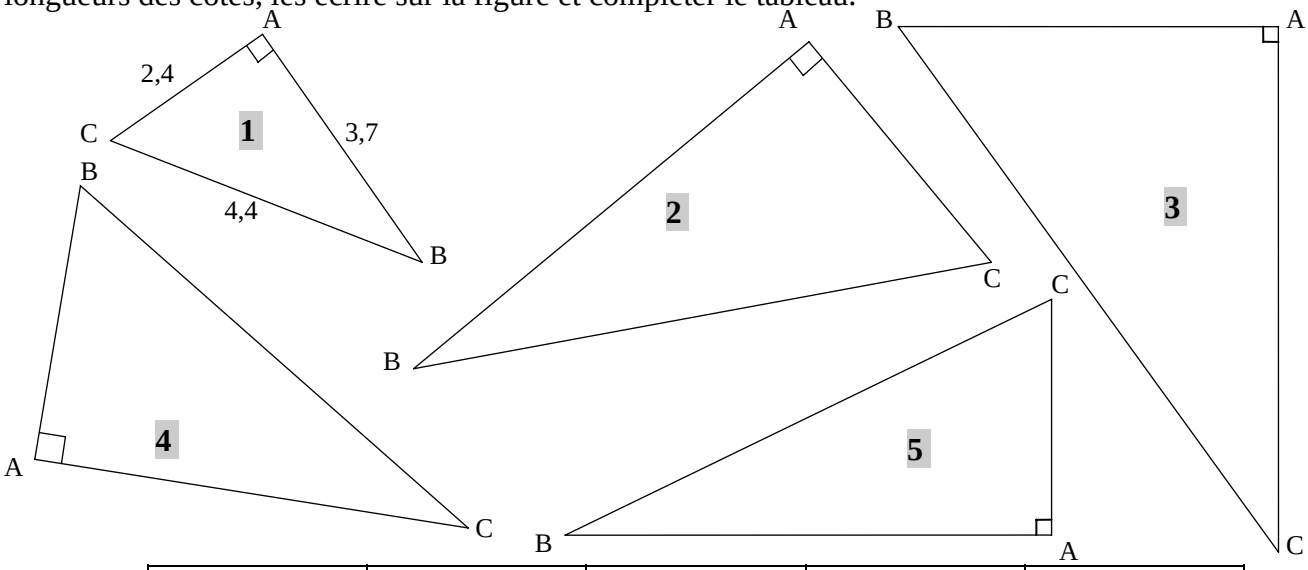
.....

.....



Deuxième partie :

Consigne : Pour chacun des triangles ABC rectangle en A ci-dessous, mesurer avec soin les longueurs des côtés, les écrire sur la figure et compléter le tableau.

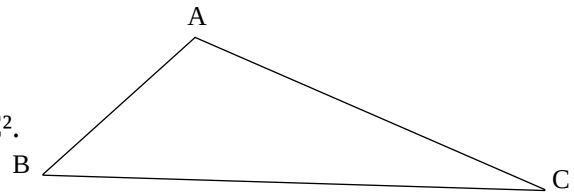


	Triangle 1	Triangle 2	Triangle 3	Triangle 4	Triangle 5
AB^2					
AC^2					
$AB^2 + AC^2$					
BC^2					

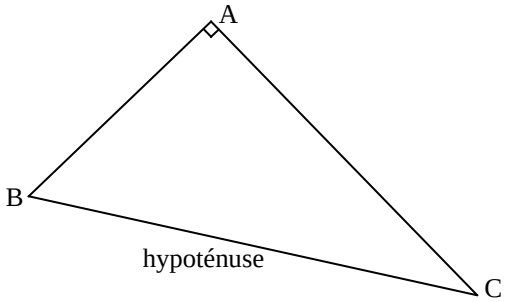
Que remarque-t-on ?

.....

Est-ce pareil si le triangle n'est pas rectangle ?
Mesurer avec soin les longueurs des côtés,
les écrire sur la figure et calculer $AB^2 + AC^2$ et BC^2.



Enoncé du théorème de Pythagore :

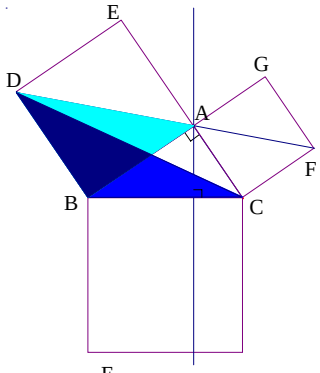


Dans un triangle ABC rectangle en A, on a

.....

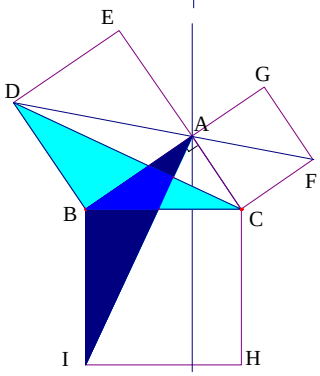
Objectif : Démontrer le théorème de Pythagore.

Données : ABC est un triangle rectangle en A.
ABDE, ACFG et BCHI sont des carrés.



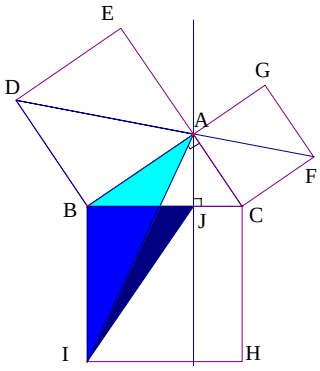
1ère étape : Démontrer que les triangles ABD et CBD ont même aire.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



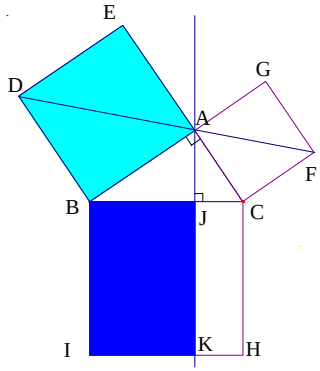
2ème étape : Démontrer que les triangles CBD et IBA ont la même aire.

Dans la rotation de centre B et d'angle 90°, le triangle CBD a pour image IBA.
On admet que l'image d'un triangle par une rotation est un triangle de même aire.



3ème étape : Démontrer que les triangles IBA et IBJ ont la même aire.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



4ème étape : Démontrer que le carré ABDE et le rectangle BJKI ont la même aire.

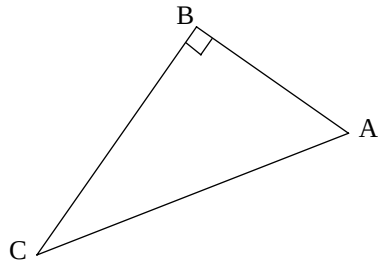
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

5ème étape : On démontre de même que le carré AGFC et le rectangle JCKH ont la même aire.

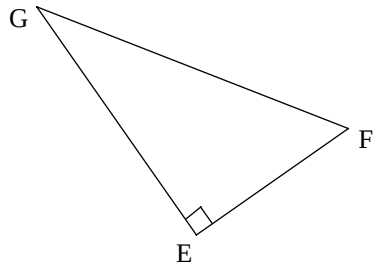
Conclusion : L'aire du carré BCHI est égale à la somme des aires des carrés ABDE et AGFC.

Objectif : Utiliser le théorème de Pythagore.

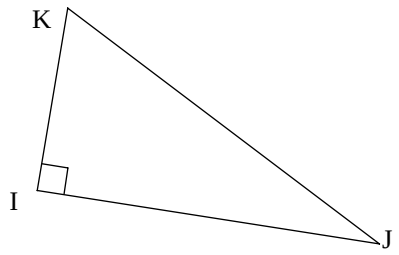
Pour chaque figure, lorsque c'est possible, écrire la relation de Pythagore.



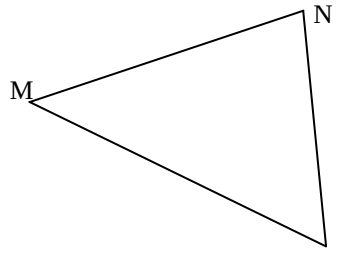
.....



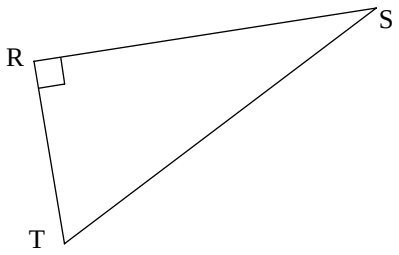
.....



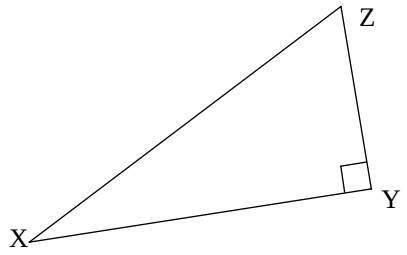
.....



.....



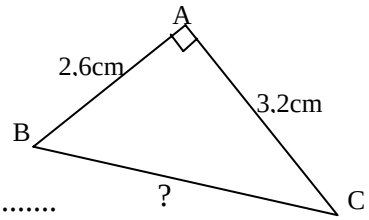
.....



.....

Objectif : Calculer la longueur d'un côté.

1. Dans le triangle ABC rectangle en A, on connaît les longueurs AB et AC. On veut calculer la longueur BC.



Ecrire d'abord la relation de Pythagore.

.....

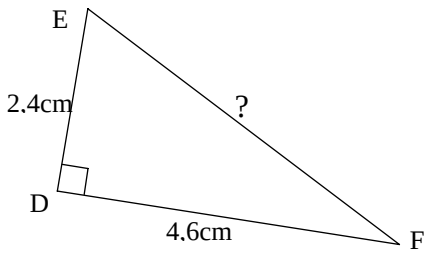
Calculer BC^2.

.....

A l'aide de la touche $\boxed{\sqrt{\ }}$ de la calculatrice, calculer BC en arrondissant à 0,1 près.

.....

2. Faire de même pour calculer la longueur marquée d'un ? dans les triangles ci-dessous.



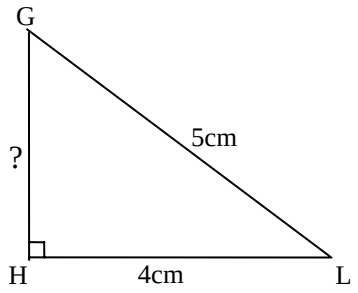
.....

.....

.....

.....

3. Faire de même pour calculer la longueur marquée d'un ? dans les triangles ci-dessous.



Attention, ici ce n'est pas l'hypoténuse qu'il faut calculer !

.....

.....

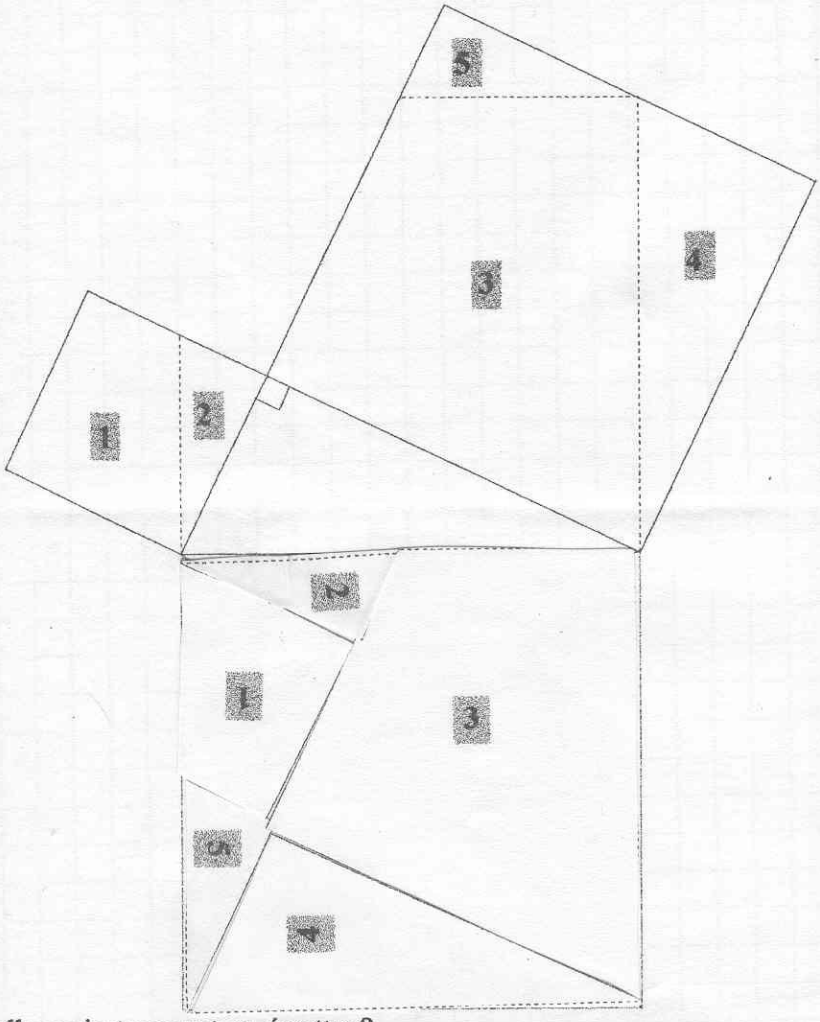
.....

.....

.....

Première partie :

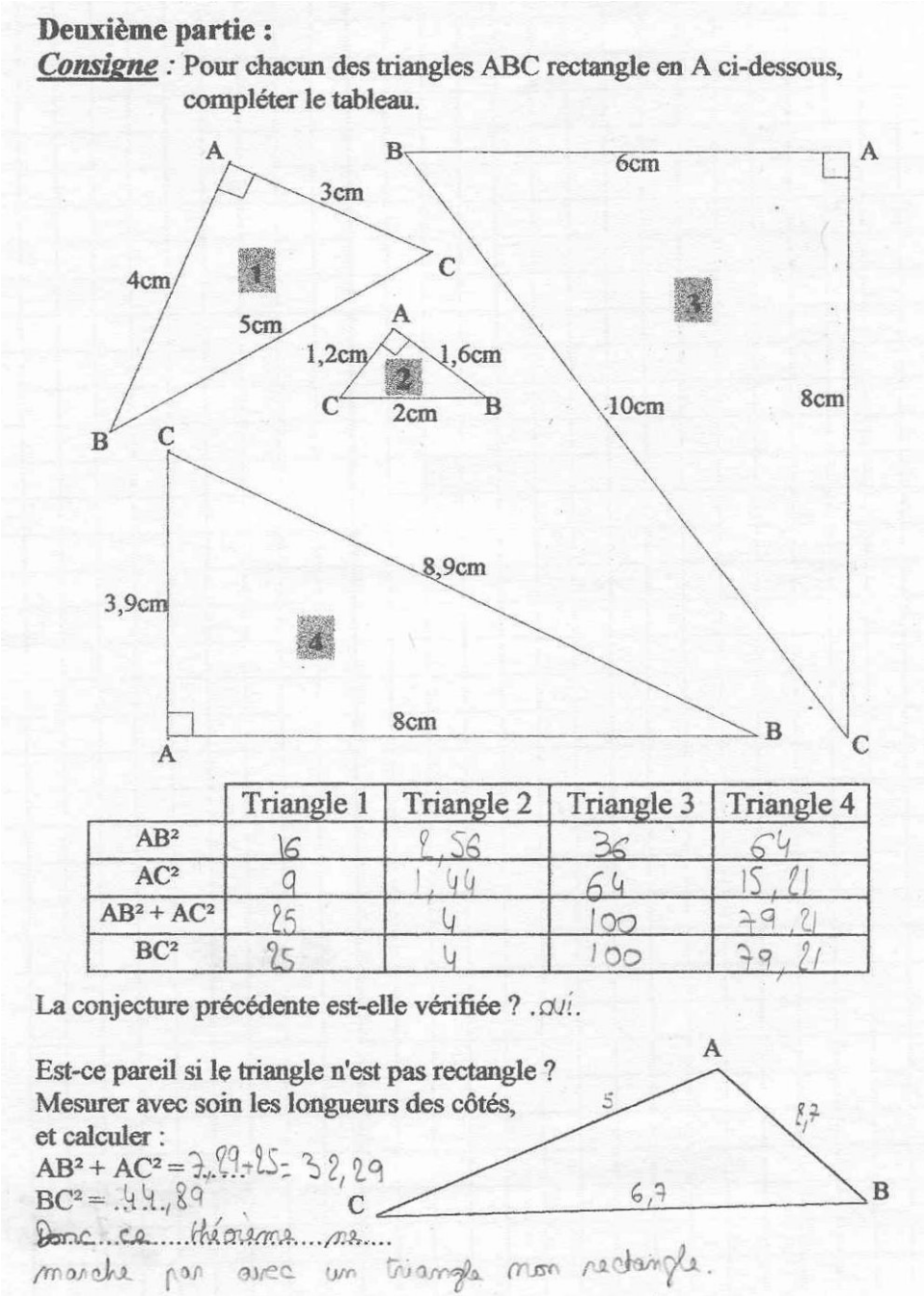
Consigne : Découper, sur l'autre feuille, les cinq morceaux des deux petits carrés, en suivant les lignes tracées.
Ensuite assembler les pièces du puzzle pour recouvrir le grand carré dans la figure ci-dessous.



Quelle conjecture peut-on émettre ?

la somme des aires du petit carré et ~~égal~~ du moyen carré est égale à l'aire du grand carré

Les imprécisions dans le découpage et le collage des pièces ne permettent pas un recouvrement parfait du grand carré.
La conjecture est pourtant trouvée ; au vu des imprécisions, la démonstration apparaît nécessaire !



Deuxième partie :

Consigne : Pour chacun des triangles ABC rectangle en A ci-dessous, compléter le tableau.

	Triangle 1	Triangle 2	Triangle 3	Triangle 4
AB^2	16	2,56	36	64
AC^2	9	1,44	64	15,21
$AB^2 + AC^2$	25	4	100	79,21
BC^2	25	4	100	79,21

La conjecture précédente est-elle vérifiée ? .oui.

Est-ce pareil si le triangle n'est pas rectangle ?
Mesurer avec soin les longueurs des côtés,
et calculer :
$AB^2 + AC^2$ = 7,89+25= 32,29
BC^2 = 44,89
Donc ce théorème ne marche pas avec un triangle non rectangle.

La fin de la deuxième partie fait apparaître la nécessité de travailler dans un triangle rectangle. On pourrait revenir sur la manipulation de la première partie pour observer ce qui se passe lorsque le triangle n'est pas rectangle. C'est une des remarques d'un compte-rendu d'expérimentation.

Accès au sommaire

Le compte-rendu ci-dessous propose une manipulation avec un triangle non rectangle ; la construction d'une figure Cabri est à l'étude.

Compte-rendu 1

Accès au sommaire

Etape	date	réalisations	contributeurs
1	Janvier 1997	Création d'une fiche élève faisant suite à la visualisation d'un fichier de démonstration du logiciel Cabri	Un formateur de l'équipe I.O.I.
2	Janvier 1998	Abandon du fichier précédent et création du fichier informatique d'aide à la correction de la fiche élève	Un formateur de l'équipe I.O.I.
3	Mars 2000	Création des fiches professeur et technique, compléments sur la fiche élève	Le groupe I.O.I.
4	Janvier 2002	Création des fiches d'identification et scénario d'usage	Un formateur de l'équipe I.O.I.
5	Janvier 2002	Compléments sur la fiche élève (aide à la rédaction d'une démonstration) et création d'un fichier informatique facilitant la compréhension de cette démonstration	Un formateur de l'équipe I.O.I.
6	Mars 2003	Modifications sur la fiche élève	Le groupe I.O.I.
7	Mars 2004	Création de la fiche travaux d'élèves	Un formateur de l'équipe I.O.I.
8	Novembre 2005	Création du CV	Un formateur de l'équipe I.O.I.

Accès au sommaire