	Périmètres et aires Sommaire	

- Fiche d'identification
- Fiche professeur
- Fiches élèves : Guide méthodologique . Sujet
- Scénario d'usage
- Compte-rendu d'expérimentation et travaux d'élèves.
- CV

Type :	Construction géométrique. Analyse d'une figure. Conjecture.
Niveau :	Classe de sixième ou cycle trois
Mots-clés :	sixième, mathématiques, géométrie, périmètre, aire, rectangle
Objectifs pédagogiques généraux :	Savoir comparer des aires planes. Conjecturer que deux surfaces non superposables peuvent avoir la même aire. Connaître la définition du périmètre d'une figure. Différencier les concepts de périmètre et d'aire.
Modalité :	Travail sur papier
Description activité :	**Activité 1** :L'élève doit construire un rectangle de même aire que la figure donnée en utilisant un procédé de comptage. **Activité 2 :** Savoir que le périmètre d'une figure est la longueur totale de la ligne fermée qui délimite cette figure. **Activité 3 :** Différencier les concepts de périmètre et d'aire et conjecturer que la propriété « avoir même aire » n'implique pas forcément « avoir même périmètre ».
Auteurs :	Brigitte Bois, Benjamin Clerc, Liliane Dray, Fabien Chapon, Jean-Marc Ravier.

Accès au sommaire de la ressource

Ce sujet peut-être proposé à des classes de niveaux différents. En fonction des outils dont les élèves disposent, le dispositif sera différent. Cette narration a été expérimentée en 6ème et en cycle trois, c'est pourquoi le BO cité concerne la classe de 6ème .

Programme officiel : **Compétences exigibles :**

Reconnaître un rectangle, un carré, un demi-cercle dans un environnement plus complexe.

Déterminer l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple.
Comparer des périmètres, comparer des aires.

Commentaires :

Il s'agit de développer les connaissances acquises à l'école primaire en vue de :

- compléter et consolider l'usage d'instruments de mesure ou de dessin.
- Tirer parti des travaux pour préciser le vocabulaire, en particulier celui concernant les figures planes.

On pourra faire déterminer des aires à l'aide, soit de reports, de décompositions, de découpages et de recollements, soit de quadrillage et d'encadrements. Ces travaux permettront de mettre en place des calculs sur les aires à partir de l'aire du rectangle.

Pré-requis : Etre capable de présenter un travail écrit avec soin et application.
Etre capable de s'interroger sur une situation problème.
Savoir reformuler les données d'une situation.
Mettre en place une démarche scientifique.

Objectifs transversaux : Respecter les individus : prendre en compte les idées exprimées par les autres.
Faire preuve de curiosité intellectuelle.
Formuler rationnellement son opinion.
Etre critique par rapport à toute information.
Argumenter son opinion, ses choix.
Favoriser la maîtrise du langage.
Identifier un problème en le faisant correspondre à un modèle dont on reconnaît une procédure de résolution.
Acquérir une démarche scientifique en faisant évoluer les procédures mises en œuvre.

Objectifs notionnels : Passer de l'identification perceptive (la reconnaissance par la vue) de figures et de configurations à leur caractérisation par des propriétés.
Savoir comparer des aires planes.
Formuler que deux figures non superposables peuvent avoir la même aire.
Savoir que le périmètre d'une figure est la longueur totale de la ligne fermée qui délimite cette figure.
Différentier les concepts de périmètre et d'aire et constater que la propriété « avoir même aire » n'entraîne pas obligatoirement « avoir même périmètre ».

1ère séance

✓ **Explication de la narration de recherche**

* Lecture par le professeur du document élève.
* Lecture par un élève du sujet de la narration.
* Eventuellement, explication de certains mots.

15 minutes

✓ **Recherche individuelle du problème** **15 minutes**

✓ **Recherche par groupe** **20 minutes**

Le professeur doit présenter ce qu'il attend de ce travail de groupe:

- relancer la recherche en mutualisant les écrits
- favoriser le questionnement et l'argumentation
- chaque élève continue à écrire sur sa feuille, sans modifier ce qu'il a écrit au préalable

✓ **Bilan de la première séance** **5 minutes**

* L'enseignant ramasse les écrits et demande aux élèves leurs impressions.

2ème séance

✓ **Présentation de la séance** **5 minutes**

✓ **Distribution des copies** **5 minutes**

✓ **Poursuite de la recherche individuelle** **15 minutes**

✓ **Poursuite de la recherche en groupe (former les groupes en fonction des productions obtenues à l'issue de la 1ère séance)** **10 minutes**

✓ **Rédaction individuelle d'une solution** **15 minutes**

Bilan de la deuxième séance. 5 minutes

3ème séance

✓ **L'enseignant a regroupé sur un transparent les rédactions les plus pertinentes ou les plus insolites.**

✓ Ecriture d'une rédaction commune

Essayer d'impliquer un maximum d'élèves : pour qu'ils aient tous l'impression que cet écrit leur appartient.

✓ **Analyse des erreurs des élèves**

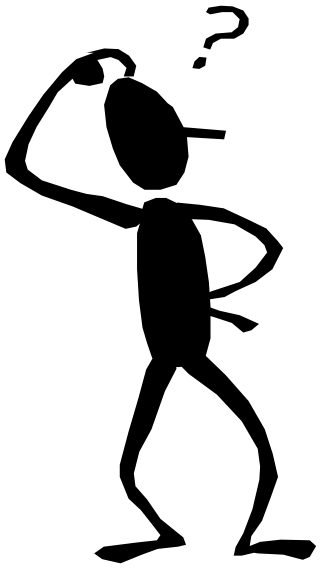
✓ **Bilan des trois séances**

Comment diversifier les pratiques enseignantes ? Quel est le rôle de l'élève dans cette pratique.

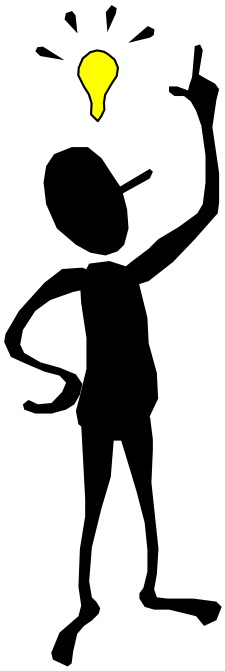
✓ **Prolongement possible de cette recherche :**

- **Calcul du périmètre d'un rectangle.**
- **Evaluer la longueur d'un cercle en prenant comme rayon un nombre entier.**

Accès à la fiche élève
Accès au sommaire
Accès à la fiche professeur



Le but de notre travail est de chercher un problème en essayant bien sûr de trouver la solution, mais ce n'est pas cela le plus important.



L'important c'est de chercher !

Pendant que tu seras en train de chercher, tu vas écrire toutes tes idées et toutes les méthodes que tu utilises, en cherchant à les expliquer au mieux.

Ce qui est important, c'est d'écrire tout ce qui s'est passé dans ta tête avec le plus de détails possibles.

« il faudra rédiger toutes les idées, pas seulement celles qui conduisent à la solution , car au cours de la recherche, vous serez amenés à travailler en groupes et à échanger vos opinions »

A la fin de notre activité, ce que tu auras écrit sera relevé, et rendu à la prochaine séance. Tu pourras alors continuer à chercher, à essayer de vérifier si tes premiers résultats sont justes, puis tu rédigeras au propre tout ce que tu auras trouvé.

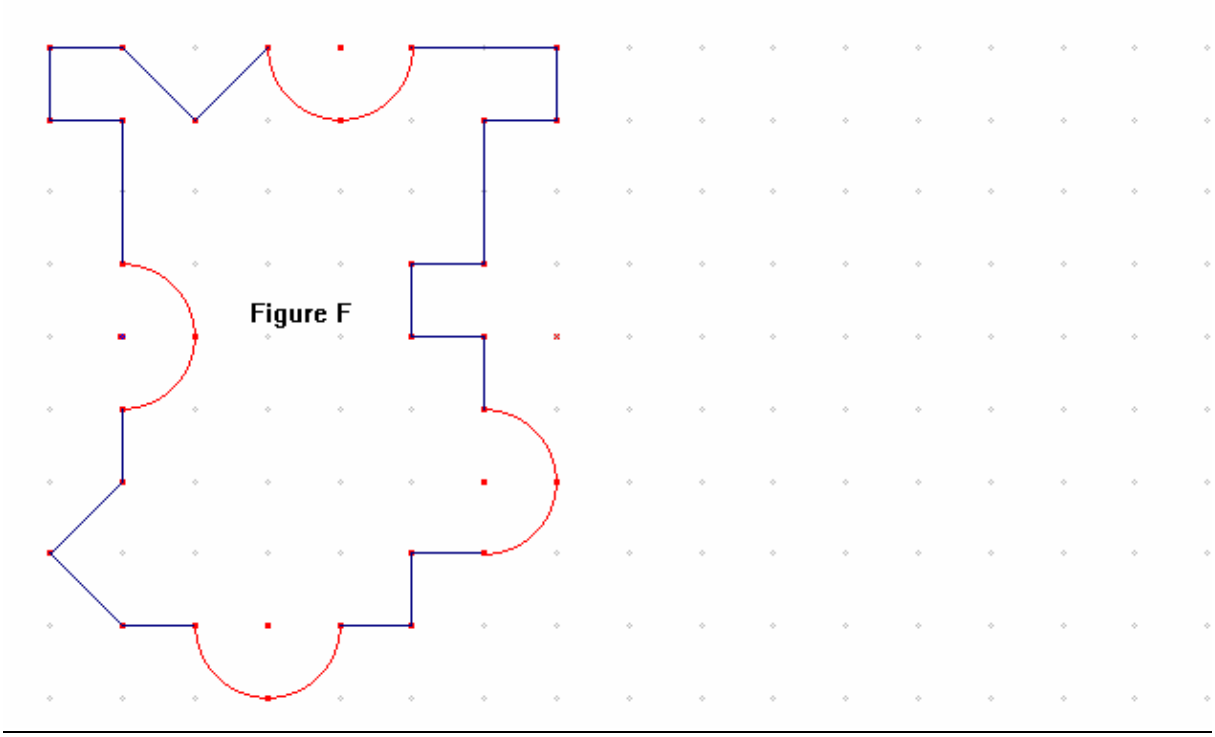
Chaque élève doit rendre un travail écrit. Les copies seront notées, mais pas tout à fait comme d'habitude.

Le plus important n'est pas seulement d'avoir trouvé une réponse juste, mais c'est aussi **d'avoir écrit une bonne description de ta recherche, avec soin, précision et logique**.

BON COURAGE ! !

Accès au Sommaire

Enoncé 1
Activité 1 :
Construis sur le quadrillage ci-dessous un rectangle de même aire que la surface de la figure F.



Activité 2 :
Ce rectangle que tu viens de construire a-t-il le même périmètre que la figure F?
Activité 3 :
Julie, élève de 6ème A, affirme que : « deux figures qui ont la même aire, ont toujours le même périmètre. »
Es-tu d'accord avec Julie ? Explique pourquoi.

Enoncé 2 (prolongement de l'énoncé 1)
Activité 1 :
Trace six rectangles ayant tous le même périmètre : 16 cm.
Activité 2 :
Calcule leur aire. Quelles remarques peux-tu faire ?

Accès au Sommaire

Aire et périmètre

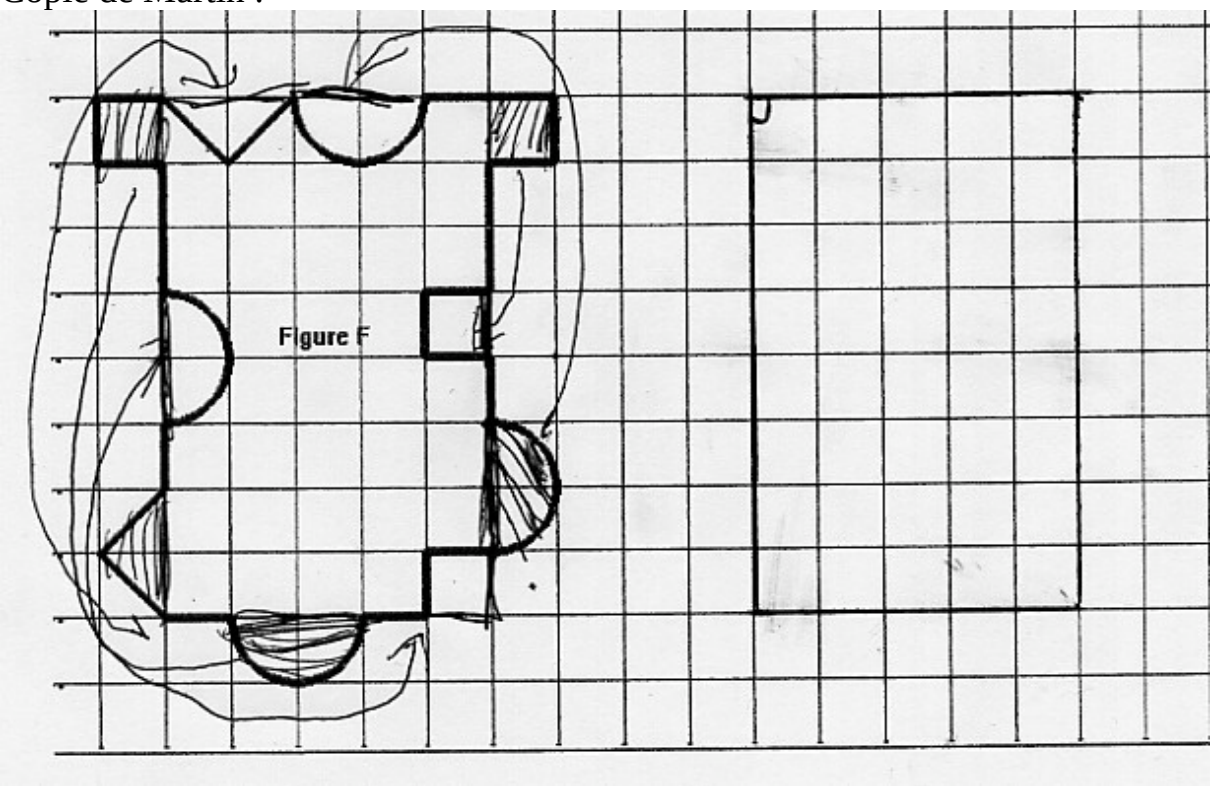
Compte rendu d'expérimentation

1. Analyse des résultats :

Cette narration a été proposée à une classe de 6ème de 28 élèves, début janvier. Les élèves connaissaient les exigences d'une narration, en effet, il s'agissait du troisième sujet. Ils étaient tous présents et le scénario décrit préalablement a pu être respecté. Tous les élèves ont traité entièrement l'énoncé 1. 50% des élèves ont traité l'activité 1 du 2ème énoncé et seulement 15% l'activité 2 du 2ème énoncé. L'analyse des résultats permet de dire que les élèves ont mis en oeuvre deux stratégies différentes pour répondre aux questions posées dans l'énoncé 1. 60% des élèves ont utilisé une procédure par schématisation et 40% ont utilisé une procédure calculatoire.

2. Procédure par schématisation :

Copie de Martin :



L'activité 1 du 1er énoncé faisait appel à la comparaison des aires planes. Grâce à cette activité, les élèves s'aperçoivent que deux figures non superposables peuvent avoir la même aire. Les élèves utilisent un vocabulaire très « naïf » pour décrire leur raisonnement.

Adan écrit :

Chaque trous de la figure F correspond à un figure, cette figure est rajouté à la figure à un autre emplacement. Si on rebouche tout les trous par leur figure respective se trouvent à un autre emplacement on obtient un rectangle.

Damien écrit :

	Explication :
y-a-t'il un autre rectangle ~~aux~~ différent que le mien et qui a la même aire ?	J'ai tracé le rectangle sur la Figure f, il y avait : 5 morceaux qui dépassé du rectangle et 5 morceaux qui manqué (2 carrés, 1 triangle et 2 demi-cercles J'ai enlevé tous les morceaux qui dépassé et je les ai mis dans les trous qui manque comme un puzzle.

La rigueur dans le vocabulaire n'est pas naturelle pour un élève de 6ème . Il n'en sent pas la nécessité. Elle devra être travaillée tout au long du collège. Seulement deux élèves n'ont pas réussi à répondre à cette question. Le vocabulaire utilisé est très variable d'un élève à l'autre.

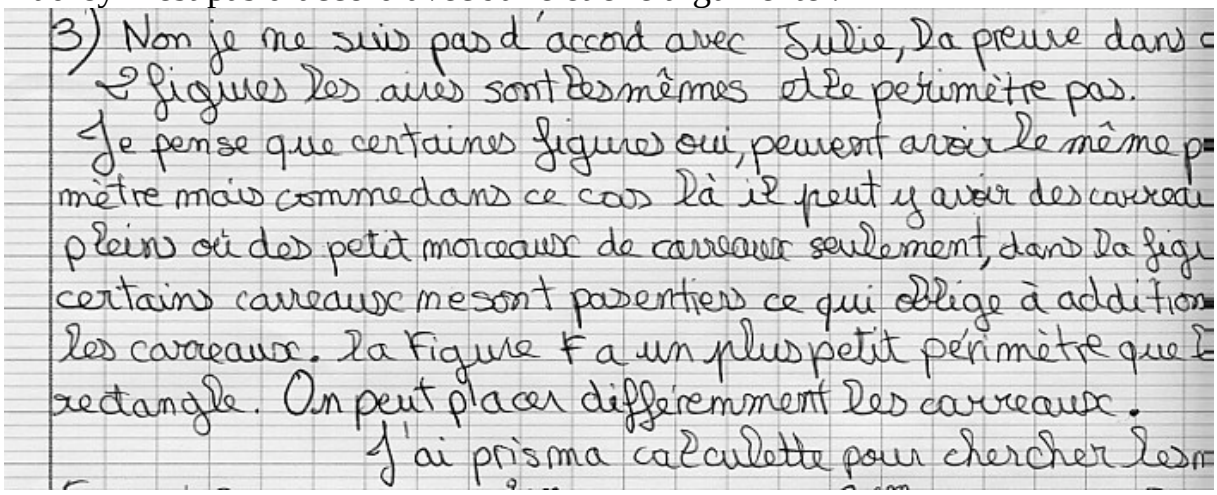
Dans l'activité 2 on demande aux élèves de savoir ce qu'est le périmètre d'une figure. 30% des élèves n'ont pas su différencier le concept du périmètre de celui de l'aire. Des phrases comme : « on voit bien que les ronds sont plus grands que les traits » nous font penser que la plupart des élèves sont encore dans une géométrie de description début janvier. Ainsi Mustapha écrit :

X Activité 2 : La Figure F a un plus grand périmètre car elle a plus de côtés

L'activité 3 a déstabilisé 40% des élèves. Ils ont répondu qu'ils étaient d'accord avec Julie sans tenir compte de leurs résultats dans l'activité 2. Ils n'ont utilisé aucun calcul pour affirmer que Julie avait raison. Pour eux, ces activités sont indépendantes les unes des autres.

Comment deux figures qui ont la même aire peuvent-elles avoir des périmètres différents ? Il doit y avoir de la magie la dessous !

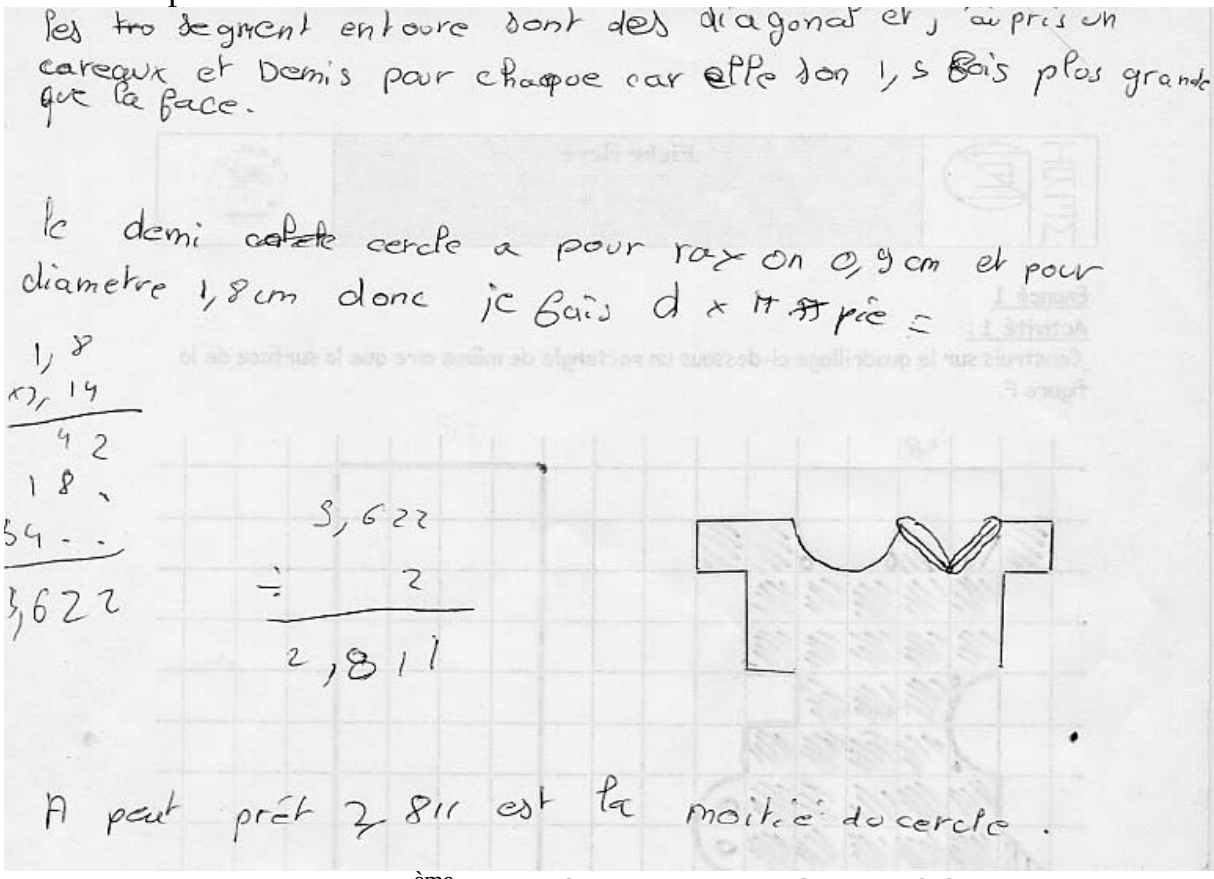
Audrey n'est pas d'accord avec Julie et elle argumente :


3) Non je ne suis pas d'accord avec Julie, la preuve dans c
2 figures les aires sont les mêmes et le perimètre pas.
Je pense que certaines figures oui, peuvent avoir le même p
mètre mais comme dans ce cas là il peut y avoir des carreau
pleins où des petit morceaux de carreaux seulement, dans la figu
certains carreaux ne sont pas entiers ce qui oblige à addition
les carreaux. la Figure F a un plus petit périmètre que l
rectangle. On peut placer differemment les carreaux.
J'ai prisma calculette pour chercher les m

3. Procédure calculatoire :

Dès la première activité, 2% des élèves ont essayé de calculer l'aire de la figure F, sans faire aucune transformation. Peut-être que l'autorisation d'utiliser la calculette les a influencés ! Cependant, leurs calculs sont restés erronés car ils ne connaissaient pas la formule donnant l'aire du disque. Ils ne se sont pas autorisés à la rechercher dans leur manuel. L'enseignant n'a pas répondu à cette question.

Voici la copie de Nicolas :


les tro segment entoure sont des diagonal et, au pris un
carreaux et Demis pour chaque car elle son 1,5 fois plus grande
que la face.

le demi ~~cafete~~ cercle a pour rayon 0,9 cm et pour
diametre 1,8 cm donc je fais d × π ~~π~~ pie =

1,8
×3,14
72
18.
54..
5,622

5,622
÷ 2
2,811

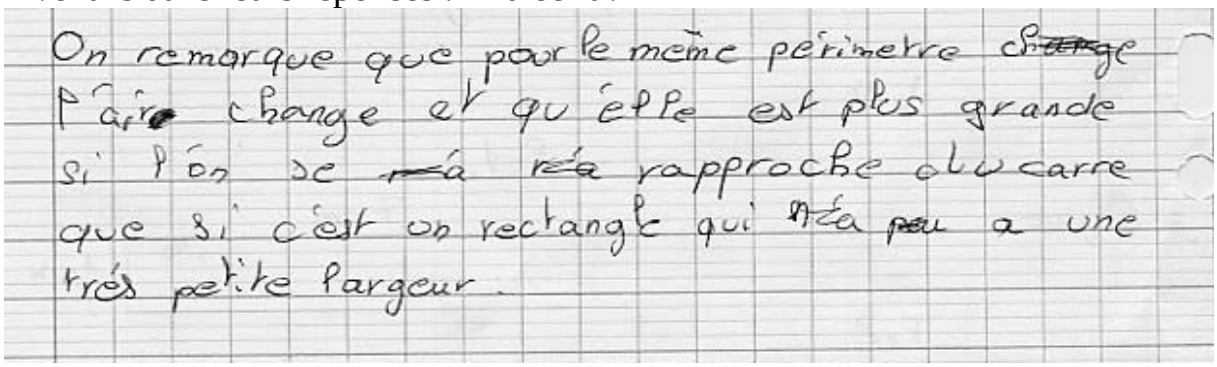
A peut prés 2,811 est la moitié du cercle.

Mais c'est surtout dans la 2ème activité que cette procédure a été la plus visible. La formule du périmètre du cercle avait été donnée en cours et les élèves l'ont vite retrouvée dans leur cahier. Ils ont donc pu calculer le périmètre des deux figures et comparer les résultats. Certains ont même rajouté : « comme ça on est sur ! ».

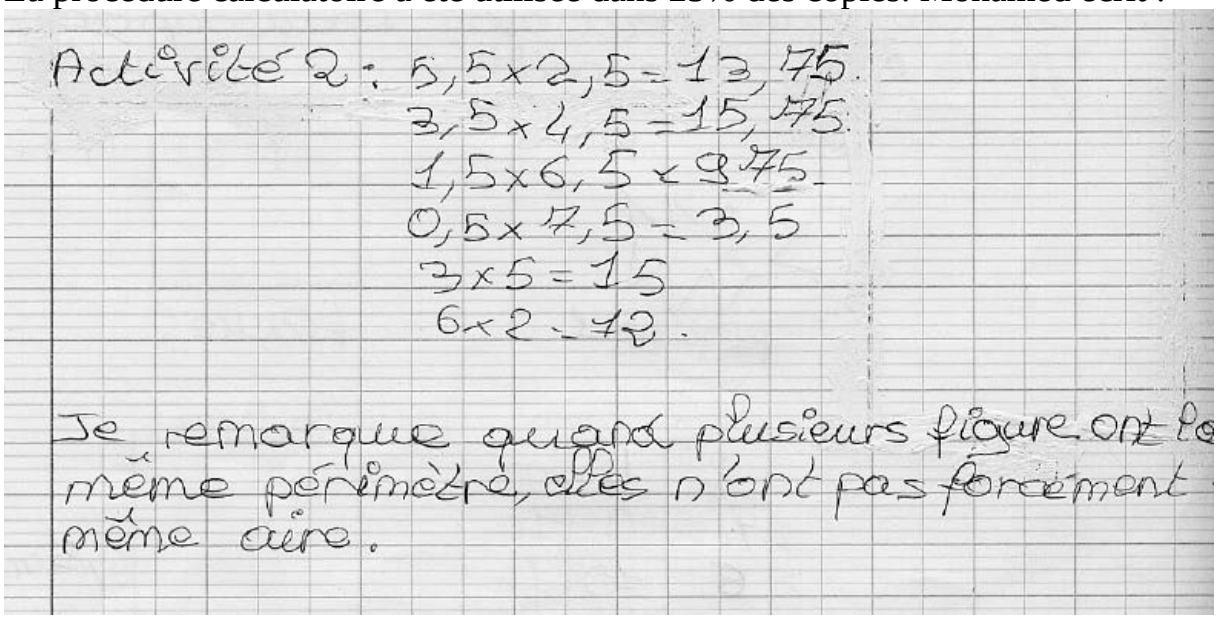
Les calculs, surtout lorsque la calculette est autorisée, rassurent les élèves. 60% des élèves qui ont utilisé cette procédure ont donné des résultats erronés.
L'utilisation du nombre pi n'est pas étrangère à ce taux important d'erreurs dans les calculs.
Tous les élèves qui ont réussi leurs calculs ont répondu correctement à la question 3. Peut-être que le temps qu'ils ont passé à effectuer les calculs a donné du sens à cette 3ème question ?

4. Enoncé 2 :

« Tracer six rectangles ayant tous pour périmètre 16 cm » a été réussi par 65% des élèves. Cependant les nombres décimaux n'ont pas été évoqués pas certains.
L'activité 2 débouchait sur une remarque ouverte et les élèves se sont montrés très inventifs dans leurs réponses . Lila écrit :


On remarque que pour le même périmetre ~~change~~ l'aire change et qu'elle est plus grande si l'on se ~~réa~~ ~~réa~~ rapproche du carre que si c'est un rectangle qui ~~réa~~ ~~peu~~ a une très petite largeur.

La procédure calculatoire a été utilisée dans 25% des copies. Mohamed écrit :


Activité 2 : 5,5 x 2,5 = 13,75
3,5 x 4,5 = 15,75
1,5 x 6,5 = 9,75
0,5 x 7,5 = 3,5
3 x 5 = 15
6 x 2 = 12.

Je remarque quand plusieurs figure ont le même périmètre, elles n'ont pas forcément même aire.

5. Conclusion :

Les élèves qui ont utilisé la procédure par schématisation ont été plus rapides que les autres. Mais, pour 55% d'entre eux leurs réponses aux activités 2 et 3 étaient erronées. Les élèves qui ont utilisé la procédure calculatoire avec succès à l'activité 2 ont tous répondu correctement à l'activité 3.

Copie de Mounia :
Dans ce dessin, il y a des trous qui font la même dimension que les bosses. Je vais boucher les trous avec les morceaux qui dépassent. Je fais comme pour un puzzle.
J'obtiens un rectangle de 8 carreaux sur 5 carreaux. Je calcule l'aire en carreaux : ça fait 40 carreaux. Ma copine a fait un autre rectangle : il est plus long et pourtant elle trouve aussi 40 carreaux pour l'aire. C'est drôle !
Pour le périmètre c'est forcément pareil puisque j'ai bien compté 40 carreaux. Je suis d'accord avec Julie.
Copie de Nicolas :
J'ai pris de la ficelle et j'ai fais le tour du dessin qui a des trous et des bosses : c'était pas facile ! Après j'ai pris une autre ficelle de couleur différente et j'ai fais le tour du rectangle : c'était plus facile ! J'ai regardé mes deux ficelles : elles étaient pas pareilles ! Mais quand j'ai dit à Hugo que les périmètres des deux figures sont pas pareils : il a rigolé : « c'est pas juste avec de la ficelle ! »
Copie de Mélissa :
Je calcule d'abord le périmètre : 1 carreau= 0,8 cm. J'ai compté 26 carreaux.
Ça fait : $0,8 \times 26 = 20,8$ cm. Le rayon du rond c'est aussi 0,8 cm donc le tour du rond c'est je crois : 5,44 cm (j'ai pris ma calculette : je me rappelais plus pour les virgules !).
Comme il y a 4 demi cercle ça fait $5,44 \times 2 = 10,88$ cm.
Périmètre total : $20,8 + 10,88 = 31,68$ cm.
Périmètre du rectangle : $8+8+5+5 = 26$ cm.
Donc je ne suis pas d'accord avec Julie. Et pourtant, elle a sûrement raison : j'ai du me tromper avec toutes ces virgules !

Accès au sommaire

Etape	date	réalisations	contributeurs
1	Janvier 2003	Proposition d'un sujet de narration de recherche et d'un scénario d'usage.	Un formateur A de l'équipe ZEP
2	Janvier 2003	Expérimentation	Trois formateurs A,B et de C l'équipe ZEP
3	Février 2003	Création de la fiche professeur, d'un compte-rendu d'expérimentation commun aux trois expérimentation. Modification du scénario d'usage. Modification de la fiche élève : ajout d'un guide méthodologique commun à toutes les narration de recherche. Création de la fiche sommaire et des liens entre les fiches.	Equipe ZEP
4	Mai 2003	Expérimentation.	Deux stagiaires du groupe ZEP.
5	Septembre 2005	Relecture des fiches	Pilotes de l'équipe Cdrom SFODEM
6	Novembre 2005	Modifications de la fiche élève pour la scinder en deux partie : guide méthodologique et sujet. Modification du sommaire et des liens. Uniformisation des en-têtes des fiches	Le formateur D de l'équipe ZEP
7	Décembre 2005	Création du CV. Modification de la fiche sommaire pour y ajouter le CV. Modification des noms des fiches pour une mise à disposition sur claroline. Modification des liens entre les fiches.	Le formateur D de l'équipe ZEP