SFODEM	**Problème des Monnaies** Sommaire 1/2	

SFODEM

Problème des Monnaies
Fiche d'identification

Type :	Résolution d'un problème ouvert avec travail collaboratif(à distance.
Niveau :	Tous niveaux du collège et lycée
Mots-clés :	Arithmétique - Multiples - Diviseurs – PGCD - Nombres premiers entre eux - Algorithme d'Euclide - Egalité de Bezout - Critères de divisibilité - Distributivité - Parité Problème ouvert (lien avec le texte problème ouvert et débat) - Narration de recherche(lien avec le texte narration de recherche) - Travail collaboratif (lien avec le texte travail collaboratif) - Communication à distance – Démarche d'investigation.
Objectifs pédagogiques généraux :	- Mettre en oeuvre une démarche d'investigation - Faire vivre une situation de recherche nécessitant des prises de décision pour avancer. - Savoir organiser une recherche et communiquer ses résultats. - Travailler une démarche scientifique : émettre des conjectures, les démontrer ou donner des contre-exemples. - Susciter l'envie d'approfondir certaines connaissances qui permettent de résoudre le problème.
Modalité :	Narration de recherche et débat scientifique (lien avec le texte problème ouvert et débat) , Recherche individuelle ou en groupe. Travail collaboratif à distance.
Dispositif technique :	Il est intéressant de disposer d'un tableur pour la recherche ou au moins la phase d'institutionnalisation. La communication des différents travaux se fait sur le forum d'une plate-forme à distance. Système de rétroprojection.
Liste et description des fichiers :	nonbezout.xls : ce fichier permet d'engendrer toutes les combinaisons linéaires à coefficients entiers de deux nombres entiers quelconques. 7aet13b.xls : ce fichier permet de trouver le plus grand nombre non atteint par des combinaisons linéaires à coefficients entiers de 7 et de 1 3.
Description activité :	- Appropriation de l'énoncé par un questionnement en groupe avec synthèse collective destinée à être envoyée aux autres classes - Rédaction des réponses aux questions posées par les autres classes et début du travail de recherche à partir des premières prises de décisions - Débat scientifique sur les différentes conjectures émises par les élèves de la classe ou par les autres classes. - Mise en commun, travail de synthèse et préparation des travaux à communiquer aux autres classes.
Auteurs :	Bersot Georges ($5^{\text{ème}}$ d'Anduze), Boffa Nathalie (5ème des Garrigues à Montpellier, Bonafe Freddy (2^{nde} du lycée Mas de Tesse à Montpellier), Bousseyroux Jean-Claude(2^{nde} du lycée de Limoux), Cavalier Anne-Marie (2^{nde} du lycée du Pic St Loup à St Clément la Rivière), Combes Marie-Claire($3^{\text{ème}}$ et $4^{\text{ème}}$ de St Gély Du Fesc), Dray Liliane($6^{\text{ème}}$ de la Providence à Montpellier), Pages Michel ($5^{\text{ème}}$ de Clermont l'Hérault), Pairet Pierre ($6^{\text{ème}}$ de Thuir), Pertus Fernand (2^{nde} BEP Bois lycée Mermoz de Béziers), Salles Jacques (2^{nde} du lycée Clémenceau de Montpellier), Saumade Henri ($5^{\text{ème}}$ et 3 ème de St Mathieu de Tréviers), Sauter Mireille ($4^{\text{ème}}$ de Jacou), Svirmickas Anne ($5^{\text{ème}}$ de Tarnos), Théret David (Fac de sciences de Montpellier)

Accès au sommaire de la ressource

SFODEM	**Problème des Monnaies** Fiche Professeur	I.R.E.M. de Montpellier

Programme officiel	***Collège :*** - Maîtrise du calcul opératoire : addition, soustraction et multiplication. - Enchaînement d'opérations sur les nombres entiers, distributivité. - Utilisation du calcul littéral pour formuler et démontrer des conjectures. - Critères de divisibilité, diviseurs communs, PGCD, nombres premier entre eux, algorithme d'Euclide. ***Lycée :*** - Approfondir la connaissance des différents types de nombres. - Modifier une expression, la développer, la réduire selon l'objectif poursuivi.
Objectifs pédagogiques	- Mise en oeuvre d'une démarche d'investigation - Faire vivre une situation de recherche nécessitant des prises de décision pour avancer. - Savoir organiser une recherche et communiquer ses résultats. - Travailler une démarche scientifique : émettre des conjectures, les démontrer ou donner des contre-exemples. - Susciter l'envie d'approfondir certaines connaissances qui permettent de résoudre le problème.
Pré-requis	Concepts de somme, différence, de produit et de multiples.
Description de l'activité instrumentée	La recherche de ce problème ouvert peut être organisée dans les classes suivant plusieurs scénarios, mais d'une manière générale on trouve les différentes phases suivantes qui s'alternent : - Appropriation de l'énoncé par un questionnement en groupe avec synthèse collective destinée à être envoyée aux autres classes : cette phase permet de faire expliciter le vocabulaire utilisé et de prendre conscience de la nécessité de prises de décision - Première approche expérimentale à travers la décomposition de nombres entiers sous forme de combinaisons linéaires de 7 et de 11 - Rédaction des réponses aux questions posées par les autres classes et début du travail de recherche à partir des premières prises de décision ; ce travail est effectué soit individuellement sous forme de narration de recherche ou en groupe (problème ouvert de Lyon). - Débat scientifique sur les différentes conjectures émises par les élèves de la classe ou par les autres classes. - Mise en commun, travail de synthèse et préparation des travaux à communiquer aux autres classes. - Reprise des recherches en groupe en particulier sur la découverte de l'importance du nombre 1 qui permet d'atteindre tous les autres nombres. Prolongement des recherches possibles avec des problèmes annexes : - En ne rendant pas la monnaie - En choisissant d'autres valeurs

Accès au sommaire Accès à la liste des scénarios

Organisation du travail intégrant la communication

Durant la journée en présentiel, qui a précédé la recherche du problème avec les classes, les stagiaires et les tuteurs ont organisé le travail de la façon suivante :

- Constitution de 6 groupes d'échanges :

2 groupes formés de 3 classes de collège avec un tuteur.
1 groupe formés de 4 classes de lycée avec un tuteur.
2 groupes formés des 3 classes des tuteurs.
1 groupe formé d'une classe de lycée encadré par un universitaire. (groupe qui n'a pas bien fonctionné)

- <u>Calendrier :</u>

1ère semaine : recherches et envoi des questions aux autres classes.
2ème semaine : recherches sur les questions des autres classes et envoi des réponses. En fin de semaine, relance du chercheur associé.
3ème à 6ème semaine : poursuite des recherches avec examen des conjectures, (démonstration, contre-exemple) et poursuite des échanges.

<u>Scénario1:</u>

Séance	Phase	Acteur	Description de la tâche	Situation	Durée
1ère séance	1	Elève et enseignant	Présentation du travail	Classe entière	5 min
	2	Elève	Recherche	Individuelle	10 min
	3	Elève	Débat	Groupe	30 min
	4	Elève et enseignant	Mise commun	Classe entière	10 min
2ème séance	5	Elève	Recherche	Individuelle	10 min
	6	Elève	Débat	Groupe	35 min
	7	Elève et enseignant	Mise commun	Classe entière	10 min
3ème séance	8	Elève	Recherche	Individuelle	10 min
	9	Elève	Débat	Groupe	35 min
	10	Elève et enseignant	Mise commun	Classe entière	10 min
4ème séance	11	Elève	Recherche	Individuelle	10 min
	12	Elève	Débat	Groupe	35 min
	13	Elève et enseignant	Mise commun	Classe entière	10 min
5ème séance	14	Elève	Recherche	Individuelle	10 min
	15	Elève	Débat	Groupe	35 min
	16	Elève et enseignant	Mise commun	Classe entière	10 min
6ème séance	17	Elève	Recherche	Individuelle	10 min
	18	Elève	Débat	Groupe	35 min
	19	Elève et enseignant	Mise en commun	Classe entière	10 min

Scénario 2

Séance	Phase	Acteur	Description de la tâche	Situation	Durée
1ère séance	1	Elève	Présentation et recherche	Individuelle	5 min
	2	Elève	Recherche	Groupe	15 min
	3	Elève et enseignant	Mise en commun avec rapporteur	Classe entière	10 min
2ème séance	4	Elève et enseignant	Bilan des différentes réponses et présentation de solutions des autres classes	Classe entière	25 min
	5	Elève	bilan sur le tyravail fait et la relance du chercheur	Maison	

Scénario 3:

Séance	Phase	Acteur	Description de la tâche	Situation	Durée
1ère séance	1	Elève et enseignant	Lecture et explication de l'énoncé	Classe entière	5 min
	2	Elève	Recherche	Individuelle	10 min
	3	Elève	Recherche de questions	Groupe de 4	20 min
	4	Elève et enseignant	Choix des questions et écriture par un élève sur ordinateur et vidéoprojecteur	Classe entière	20 min
	5	Elève	Travail de recherche sur les questions et conjectures	Maison	
2ème séance	6	Elève	Réponses aux questions et discutions sur les recherches	Groupe de 4	25 min
	7	Elève et enseignant	Réponses aux questions et écriture par un élève sur ordinateur et vidéoprojecteur	Classe entière	30 min
3ème séance	8	Elève	recherche de conjecture	Groupe de 4	25 min
	9	Elève et enseignant	Mise en commun et écriture des conjectures par un élève sur ordinateur et vidéoprojecteur	Classe entière	30 min
	10	Elève	Travail de recherche sur les conjectures	Maison	
4ème séance	11	Elève	recherche à partir des travaux à la maison	Groupe de 4	55 min
5ème séance	12	Elève et enseignant	Mise en commun et écriture des conjectures par un élève sur ordinateur et vidéoprojecteur	classe entière	55 min
6ème séance	13	Elève	recherche de conjecture	Groupe de 4	25 min
	14	Elève et enseignant	Mise en commun et écriture des résultats par un élève sur ordinateur et vidéoprojecteur	Classe entière	30 min

Scénario 4 :

Séance	Phase	Acteur	Description de la tâche	Situation	Durée
1ère séance	1	Elève	Lecture de l'énoncé	Individuelle	2 min
	2	Elève et enseignant	Explication et réponses aux questions	Classe entière	10 min
	3	Elève	Recherche collective	Groupe de 5	30 min
2ème séance	4	Elève	Recherche collective	Groupe de 5	25 min
	5	Elève et enseignant	Présentation par un membre de chaque groupe et confrontation des résultats	Classe entière	25 min
3ème séance	6	Elève et enseignant	Lecture des réponses des autres classes	Classe entière	25 min
	7	Elève	Recherche des différentes conjectures	Groupe de 5	25 min
4ème séance	8	Elève et enseignant	Recherche collective à partir de la relance de David	Classe entière	40 min
	9	Elève	Début de rédaction de la recherche	Individuelle	15 min
	10	Elève	Narration de recherche	Maison	

Accès au sommaire

Nom du fichier : nonbezout.xls

Logiciel utilisé : Excel

Description : Ce tableau permet de rechercher le plus grand nombre non atteint par des combinaisons linéaires à coefficients entiers de deux nombres entiers quelconques.

Mode d'emploi : L'utilisateur peut rentrer les deux nombres utilisés dans le système de monnaie choisi et le tableau comportant les combinaisons linéaires des deux nombres est engendré.

7	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
13																			
0	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126
1	13	20	27	34	41	48	55	62	69	76	83	90	97	104	111	118	125	132	139
2	26	33	40	47	54	61	68	75	82	89	96	103	110	117	124	131	138	145	152
3	39	46	53	60	67	74	81	88	95	102	109	116	123	130	137	144	151	158	165
4	52	59	66	73	80	87	94	101	108	115	122	129	136	143	150	157	164	171	178
5	65	72	79	86	93	100	107	114	121	128	135	142	149	156	163	170	177	184	191
6	78	85	92	99	106	113	120	127	134	141	148	155	162	169	176	183	190	197	204
7	91	98	105	112	119	126	133	140	147	154	161	168	175	182	189	196	203	210	217
8	104	111	118	125	132	139	146	153	160	167	174	181	188	195	202	209	216	223	230
9	117	124	131	138	145	152	159	166	173	180	187	194	201	208	215	222	229	236	243
10	130	137	144	151	158	165	172	179	186	193	200	207	214	221	228	235	242	249	256
11	143	150	157	164	171	178	185	192	199	206	213	220	227	234	241	248	255	262	269
12	156	163	170	177	184	191	198	205	212	219	226	233	240	247	254	261	268	275	282
13	169	176	183	190	197	204	211	218	225	232	239	246	253	260	267	274	281	288	295
14	182	189	196	203	210	217	224	231	238	245	252	259	266	273	280	287	294	301	308
15	195	202	209	216	223	230	237	244	251	258	265	272	279	286	293	300	307	314	321
16	208	215	222	229	236	243	250	257	264	271	278	285	292	299	306	313	320	327	334
17	221	228	235	242	249	256	263	270	277	284	291	298	305	312	319	326	333	340	347
18	234	241	248	255	262	269	276	283	290	297	304	311	318	325	332	339	346	353	360

Nom du fichier : 7aet13b.xls
Logiciel utilisé : Excel
Description : L'utilisateur peut utiliser ce fichier afin de corriger le problème qui consiste à trouver le plus grand nombre non atteint par des combinaisons linéaires à coefficients entiers de 7 et 13
Mode d'emploi : L'utilisateur peut utiliser l'idée ci-dessous afin de faire un travail similaire avec deux autres nombres quelconques.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

multiples de 7 à partir de 7

13 + multiples de 7 = (multiples de 7) - 1 à partir de 13

26 + multiples de 7 = (multiples de 7) - 2 à partir de 26

39 + multiples de 7 = (multiples de 7) - 3 à partir de 39

52 + multiples de 7 = (multiples de 7) - 4 à partir de 52

65 + multiples de 7 = (multiples de 7) - 5 à partir de 65

78 + multiples de 7 = (multiples de 7) - 1 à partir de 78

Accès au sommaire

Genèse du problème

En préalable au travail des classes, nous rencontrons les enseignants volontaires pour cette expérience et nous leur faisons vivre la résolution collaborative de deux problèmes :

- le premier, lors de notre première rencontre,
- le deuxième, à distance en utilisant la même plate-forme que celle qui sera utilisée par les élèves.

Le problème proposé aux adultes en septembre 2003 était le suivant :

Quel est le plus grand nombre que l'on ne peut pas atteindre comme somme de 7 et de 13 ?

Parallèlement, lors d'une réflexion sur le rapport PISA (Rapport PISA http://www.pisa.oecd.org/) , nous avons découvert que l'un des tests proposés aux élèves avait beaucoup de points communs avec la situation proposée aux enseignants lors de notre rencontre.

Serait-il possible d'utiliser un système de monnaie (ou un système de timbres) qui utiliserait exclusivement les valeurs 3 et 5 ? Plus spécifiquement, quels montants pourrait-on obtenir ainsi ? S'il s'avérait possible, un tel système serait-il souhaitable ?

Etant donné le travail intéressant fait par les enseignants autour du 1er problème, nous avons décidé d'utiliser l'énoncé proposé dans le rapport en apportant une légère variante. Nous avons donc proposé à la réflexion des classes l'énoncé ci-dessous :

Problème de monnaie :
Serait-il possible d'utiliser un système de monnaie où il n'existerait que des pièces de valeur 9 et 11 ?

Nous pensions que les élèves suivraient une démarche analogue à celle des adultes : traiter d'abord le cas (plus facile a priori) où on peut rendre la monnaie, puis celui où on ne le peut pas, et que l'on pourrait ensuite proposer une variante correspondant au problème traité par les adultes avec 7 et 13.
La suite vous montrera que les élèves n'ont pas exploré les mêmes pistes et c'est ce qui rend le travail encore plus passionnant.
Nous avons ainsi constaté que cet habillage concret du problème a entrainé les élèves dans des voies auxquelles nous n'avions pas pensé.

Synthèse des notions mathématiques abordées

Importance du nombre 1

Lors de la première séance les avis concernant la possibilité de réussir à obtenir la valeur 1, étaient divers, certains pensaient que l'on ne pouvait réaliser que des multiples de 9 ou de 11. Au fil des débats l'importance de ce nombre qui parfois ne paraît servir à rien en mathématique est apparue

Un groupe d'élèves de **la 4ème3 de Saint-Gély** lors de la séance de réponses aux questions nous dit qu'elle peut faire tous les nombres entiers :

« Pour faire 1 on donne 5 pièces de 9 et on nous rend 4 pièces de 11 .
Pour faire le nombre que l'on veut trouver qu'on appelle n :
On donne 5 pièces de 9 × le nombre n et on nous rend 4 pièces de 11 × le nombre n
$9 \times 5 \times n - 11 \times 4 \times n = 45 \times n - 44 \times n$ »

Le choix de 9 et 11

Après la relance, le travail des différentes classes s'est axé sur la possibilité de changer les valeurs 9 et 11. Un travail ambitieux a alors démarré.

La 6ème11 du collège Pierre Moréto envoie ses remarques :

« Suite à vos derniers envois, nous nous sommes penchés sur la question :
9 et 11 ont-ils été pris au hasard ? Nous pensons que non.
Quels sont les couples de nombres pour lesquels le système monétaire serait possible ?
Pour cela il suffit de réussir à obtenir 1.
Ce qui fonctionne : Tous ceux qui contiennent 1 : 1 et 2, 1 et 3,….
2 impairs avec 2 d'écart : 3 et 5 ; 5 et 7 ;…
1 impair et 1 pair à condition que le pair ne soit pas un multiple de l'impair : 2 et 5 ; 4 et 7 ;.. ;
Ce qui ne fonctionne pas :
2 nombres pairs
1 impair et 1 pair avec le pair multiple de l'impair

A étudier

2 impairs avec un écart différent de 2

La fréquentation de notions étudiées plus tard dans le cursus scolaire

Ces problèmes permettent une première fréquentation de concepts approfondis plus tard dans la scolarité. On peut penser que ces notions paraîtront alors beaucoup moins artificielles.

Rôle du PGCD de deux nombres

La 4ème 3 de Saint Gély propose

« Si on changeait 9 et 11 par 5 et 10 :
On ne peut payer que les multiples de 5, car tous les nombres finiront par 0 ou 5
Si on changeait 9 et 11 par 8 et 12 :
On trouve toujours un nombre pair.
On trouve que les multiples de 4 »

Nombres premiers entre eux, algorithme d'Euclide et égalité de Bezout

Le lien pourra se faire alors entre l'importance du 1 dans ce problème et le 1 trouvé à la fin de l'algorithme d'Euclide lorsque les nombres sont premiers entre eux, ainsi que plus tard avec le 1 de l'égalité de Bezout.

Renforcement de certaines notions déjà rencontrées

La parité

Les classes ont souvent envisagé de travailler avec des nombres pairs ou impairs. La familiarité avec ces nombres leur a permis de trouver des conjectures assez raisonnables qui ont permis ensuite de généraliser encore plus le problème.

- *Si on multiplie deux nombres pairs le résultat sera toujours pair*
- *Si on multiplie deux nombres impairs le résultat sera toujours impair*
- *Si on prend deux nombres consécutifs on peut faire 1*
- *Si on prend deux nombres impairs consécutifs on peut faire 1*

Les multiples d'un nombre et leur écriture algébrique

Les 4ème ayant travaillé sur l'écriture algébrique d'un nombre pair et d'un nombre impair, ont trouvé assez rapidement l'écriture algébrique d'un multiple de 4 ou d'un multiple de 5 et ont pu ainsi valider leurs réponses à la relance

La distributivité de la multiplication sur l'addition ou la soustraction

Ils ont réinvesti la factorisation pour prouver certaines de leurs conjectures.

En essayant de démontrer certaines de leurs conjectures, les 4ème3 ont été amenés à calculer (2xn) x (2xm) et (2n +1) x (2m +1).

Pour chaque expression plusieurs conjectures ont été proposées, lors d'une séance de débat certaines conjectures ont été invalidées par des contre-exemples. Enfin la preuve quant au premier résultat a été apportée grâce à la commutativité de la multiplication.

Stratégies

Seconde 3 Clemenceau

*Nous avons pris différents montants et nous avons regardé si en échangeant x pièces de 11 et y pièces de 9 nous aurions les montants choisis et inversem*ent.

Montant : m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Pièces de 11	4	1	6 ou -3	2	-2	3	-1	4	0	5	1
Pièces de 9	5	-1	-7 ou 4	-2	3	-3	2	-4	1	-5	0
Nombre de pièces échangées	9	2	13 ou 7	4	5	6	3	8	1	10	1

Montant : m	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Pièces de 11	6	2	-2	3	8	4	9	5	10
Pièces de 9	-6	-1	4	-2	-8	-3	-9	4	-10
Nombre de pièces échangées	12	3	6	5	16	7	18	9	20

Nous avons vu qu'il y avait plusieurs solutions, alors nous avons pris celle où il y avait le moins de pièces échangées.
Dans le tableau, les nombres avec un « moins » correspondent aux nombres de pièces rendues.
Rappel : pour les sommes multiples de 2 : 2 x = 11 – 9 x , x étant un montant.
*Exemple : pour 6 : 2 * 3 = 11 * 3 – 9 * 3 . Donc on donne trois pièces de 11 et on nous rend trois pièces de 9 pour le montant 6.*
Exemple de calcul d'une colonne du tableau : 13 = 6 + 7
Nombre de pièces de 11 : 3 – 1 = 2
Nombre de pièces de 9 : 2 – 3 = -1
Donc on donne deux pièces de 11 et on nous rend une pièce de 9 pour avoir le montant de 13.

6 ième1 collège de Thuir

Nous avons essayé de rendre le système monétaire avec des pièces de 9 et de 11 le plus efficace possible.
Pour se rendre compte de la « lourdeur « de ce système.

somme	opération	**nombre de pièces**		somme	opération	**nombre de pièces**
				20	11 + 9	**2**
1	9x5 – 11x4	**9**		21	9x6 – 11x3	**9**
2	11 - 9	**2**		22	2x11	**2**
3	9x4 – 11x3	**7**		23	9x5 – 11x2	**7**
4	11x2 – 9x2	**4**		24	11x3 - 9	**4**
5	9x3 – 11x 2	**5**		25	9x4 - 11	**5**
6	11x3 – 9x3	**6**		26	11x4 – 9x2	**6**
7	9x2 – 11	**3**		27	3x9	**3**
8	11x4 – 9x4	**8**		28	11x5 – 9x3	**8**
9	9	**1**		29	11 + 2x9	**3**
10	11x5 – 9x5	**10**				
11	11	**1**				
12	9x5 – 11x3	**8**				
13	11x2 – 9	**3**				
14	9x4 – 11x2	**6**				
15	11x3 – 9x2	**5**				
16	9x3 - 11	**4**				
17	11x4 – 9x3	**7**				
18	2x9	**2**				
19	11x5 – 9x4	**9**				

En conclusion :

Le fait que ce système soit « lourd » est discutable. Le nombre de pièces est important pour des petites sommes mais il devient raisonnable pour des sommes plus importantes.
Si on le compare à un système composé uniquement de pièces de 1 et de 2 alors il devient assez vite plus « rentable ».
Quel est votre avis ?
On pourrait peut être chercher le système a deux pièces qui soit le plus rentable en nombre de pièces.

<u>6 ième 11 du collège de Thuir</u>

Nous avons travaillé sur un système de monnaie comprenant uniquement des pièces de 11 et de 9, mais sans rendre la monnaie. Partant du principe que toutes les sommes ne seraient pas possibles nous avons cherché les sommes possibles. Notre surprise fut grande. A partir de 80 toutes les sommes sont possibles.
A partir d'un certain rang on obtient les sommes en ajoutant 9 ou 11 aux sommes précédentes.

somme possible			somme possible			somme possible		
9	9		56	45+11		83	74+9	
11	11		58	47+11		84	75+9	
18	2x9		60	49+11		85	76+9	
20	11+9		62	51+11		86	77+9	
22	11x2		63	54+9		87	78+9	
27	9x3		64	53+11		88	77+11	
29	11 + 2x9		65	54+11		89	80+9	
31	22+9		66	55+11		90	81+9	
33	3x11		67	58+9		91	82+9	
36	4x9		69	58+11				
38	27+11		71	60+11				
40	31+9		72	63+9				
42	33+9		73	62+11				
44	33+11		74	63+11				
45	36+9		75	64+11				
47	36+11		76	65+11				
49	38+11		77	66+11				
51	40+11		78	67+11				
53	42+11		80	69+11				
54	45+9		81	72+9				
55	44+11		82	73+9				

Surprenant non ?
Une nouvelle question : Les nombres 9 et 11 ont ils étés pris au hasard.
Nous pensons que non et qu'il faut ici aussi que les deux nombres ne soient pas dans la même table.
par exemple si l'on prend 2 et 4 on n'obtient que des nombres pairs.
Qu'en pensez vous ?

<u>Ecrire les tables des deux nombres en face l'une de l'autre</u>

La 5ème du collège Langevin Wallon a proposé :

« On peut faire 1 de plusieurs manières possibles :
Exemple : avec 13 et 8

$13 \times 1 = 13$	$8 \times 1 = 8$
$13 \times 2 = 26$	$8 \times 2 = 16$
$13 \times 3 = 39$	$8 \times 3 = 24$
$13 \times 4 = 52$	$8 \times 4 = 32$
$13 \times 5 = 65$	$8 \times 5 = 40$
$13 \times 6 = 78$	$8 \times 6 = 48$
$13 \times 7 = 81$	$8 \times 7 = 56$
$13 \times 8 = 94$	$8 \times 8 = 64$
$13 \times 9 = 117$	$8 \times 9 = 72$
$13 \times 10 = 130$	$8 \times 10 = 80$ »

Accès au sommaire

SFODEM

Problème des Monnaies
Fiche élève

ÉNONCÉ INITIAL :

Serait-il possible d'utiliser un système de monnaie où il n'existerait que des pièces de valeur 9 et 11 ?

CONSIGNES :

Il vous est demandé de raconter :
- *vos différentes recherches, même si elles n'ont pas abouti (vous pouvez rendre vos brouillons).*
- *votre façon d'organiser votre travail.*

VARIANTES DU PROBLÈME:

En additionnant des 9 et des 11 je peux obtenir une infinité de nombres.
Exemple : 47 = 9 + 9 + 9 + 9 + 11 = 9 x 4 + 11
Mais je ne peux pas obtenir 25 ou 4.
Quel est le plus grand nombre que je ne peux pas obtenir ?

Lulu joue aux fléchettes, la cible est constituée de deux disques concentriques de couleur noire et blanche, si la flèche tombe dans le noir il obtient 11 points et si elle tombe dans l'anneau blanc il obtient 9 points. Hier il a obtenu 47 points, combien de fois la flèche a-t-elle atteint le blanc et le noir ? Lulu aurait-il pu atteindre un score de 23 ? Quel est le plus grand score qu'il ne peut pas atteindre ?

Dans un pays de l'union africaine on utilise une monnaie, appelée Afri, possédant seulement deux pièces : une de 9 Afri et l'autre de 11 Afri. Une ménagère va au marché avec l000Afri dans son porte-monnaie, elle achète un demi-kilogramme de viande chez le boucher à 300Afri, des légumes à 120Afri et paye un quart de litre d'huile végétal à 90 Afri et un kilogramme de riz à 180 Afri.Le transport aller et retour lui a coûté 50 Afri. En supposant que la ménagère avait au départ un nombre égal des deux pièces ; combien de pièces de chaque genre doivent-elles rester avec elle à la fin de chaque opération ?Répond à la même question au cas où la ménagère n'avait au départ un nombre égal des deux pièces.

Accès au sommaire

Appropriation

Les questions posées par les classes sont très diverses, mais de la 6ème à la seconde les préoccupations sont sensiblement les mêmes et peuvent se classer en trois catégories :

- Motivation
  - *Est-ce que ce sont des francs ou des euros ? Est-ce qu'il y a un lien avec les euros ? Est-ce que c'est aussi pareil dans d'autres pays, ou seulement en France ?*
  - *Les marchands n'en profiteront-ils pas pour augmenter les prix ?*
  - *Pensez-vous comme nous que cela devient très encombrant pour les grosses factures parce qu'il aura beaucoup trop de pièces ?*
  - *L'énoncé parle de pièces seulement, est-ce qu'il y aura aussi des billets ?*
  - *Est-ce qu'on aura aussi des chéquiers et des cartes bancaires, parce que s'il n'y a que des pièces, ça ne serait pas pratique, ça fera lourd dans les porte-monnaie.*

- Choix des problèmes que l'on va résoudre
  - *Serait-il possible d'utiliser des centimes ?*
  - *Comment rendre la monnaie ?*
  - *Peut-on faire tous les nombres ?*
    En rendant la monnaie ?
    Sans rendre la monnaie ?

- Entrée dans les mathématiques
  - *Peut-on trouver 1 ?*
  - *Pourquoi avoir choisi 9 et 11 ?*
  - *Y-a-t-il plusieurs façons de faire 19 ?*

Réactions aux questions

La deuxième séance met en sommeil dans un premier temps le travail déjà amorcé pour se consacrer uniquement aux interrogations des autres classes issues du même groupe. Cependant, les préoccupations sont souvent très proches et le travail de chaque classe peut se poursuivre.

Voici le travail de la **6ème de Thuir** en réponse aux questions de la **5ème du Salagou** :

« 1)Etes-vous d'accord sur le fait qu'on puisse payer 1, 2, 3, 4, etc…c'est à dire toutes les factures « entières » avec uniquement des pièces de 9 et de 11 ?
Nous sommes d'accord avec vous. A partir du moment où l'on a 1, on peut tout avoir.
avec des pièces de 9 et 11 unités : $1 = (9 \times 5) - (11 \times 4)$

Avec des pièces de 9 et 11 centimes
(9 + 11) + (9 + 11) + (9 + 11) + (9 + 11) + (9 + 11) = 100 centimes = 1 unité
2)Comment faites-vous pour des centimes ?
On prend des pièces de 9 et 11 centimes.
3)Pensez-vous comme nous que cela devient très encombrant pour les grosses factures parce qu'il y aura beaucoup trop de pièces ?
Très encombrant et complexe mais tout est possible.
4)Le groupe d'Anaïs dit que le système de monnaie est peut-être possible mais vraiment pas commode car il faudrait trop de pièces.
Entièrement d'accord.
5)Andoni demande : si je dois acheter quelque chose qui coûte 9 et que je n'ai qu'une pièce de 11 : on ne peut pas me rendre la monnaie donc le système n'est pas possible.
Avec des pièces de 9 et 11 centimes cela est possible. Par contre pour payer 9 centimes avec une pièce de 11 centimes c'est impossible.
En conclusion nous pensons que le système est possible mais qu'il faut toujours avoir beaucoup de pièces, donc très encombrant . »

A la fin de la deuxième séance, les classes, pour la plupart, pensent que le problème initial est résolu, mais commencent à se poser de nouvelles questions :
« *Les élèves de* ***5ème3 du Collège Du Salagou*** *adressent le bilan du débat qu'ils ont eu en prenant connaissance du travail des deux autres classes :*

1) *Ils pensent qu'il est inutile de parler d'euros et donc de centimes.*
2) *Ils sont convaincus qu'il faut utiliser que des nombres entiers*
3) *Ils disent que du moment qu'on peut atteindre 1 tout nombre entier peut alors être atteint en prenant des multiples « équivalents » .*
4) *Ils admettent qu'il faudra avoir beaucoup de ces pièces pour atteindre des grands nombres.*
5) *Ils ont remarqué que 2 peut être obtenu avec 18 pièces mais aussi avec seulement 2 pièces. Ils cherchent donc le minimum de pièces pour obtenir 1, 2, 3, 4, 5, etc…*
6) *Ils ont également constaté qu'en prenant que des pièces de 6 et de 4 à la place de 11 et de 9 ils ne pouvaient atteindre 1, ni 3, ni 5... mais seulement 2, 4, 6… Ils pensent donc que les nombres 11 et 9 n'ont pas été pris au hasard. »*

Relance

Les classes partant dans plusieurs directions, **une relance** destinée à tous paraît alors nécessaire pour que ces différentes classes puissent continuer à échanger sur des préoccupations communes.

Cette relance est faite par un enseignant-chercheur de la Faculté des Sciences de Montpellier qui travaille dans notre groupe de recherche.

Son rôle est important car il a une vue d'ensemble sur le travail effectué par les différentes classes.

•***Ce qui a été fait.***

Le problème *: il s'agit donc de déterminer toutes les sommes possibles si on est autorisé à rendre la monnaie. Beaucoup d'entre vous ont trouvé que dans ce problème* ***n'importe quelle somme peut être réalisée.***

Des questions. *Vous avez posé de nombreuses questions. Observez que certaines d'entre elles, mêmes si elles pouraient être importantes d'un point de vue pratique, n'ont aucune influence sur le problème mathématique. Par exemple : s'agit-il de francs ou d'euros ? Ou encore : peut-on utiliser des billets au lieu des pièces ? Quelle que soit la réponse, le problème mathématique restera exactement le même ! Ou encore : s'agit-il d'euros ou de centimes d'euros ? Il est évident que s'il s'agit de 9 et 11 euros, on ne pourra jamais obtenir des centimes, et donc la question est forcément de savoir quelles sommes en euros on peut obtenir. S'il s'agit de centimes d'euros, la question est de savoir quelles sommes en centimes d'euros on peut obtenir, et le problème est exactement le même ! Pouvez-vous trouver d'autres questions posées qui sont de la même nature ?*

D'autres questions pourraient avoir un intérêt mathématique, mais posées ainsi elles sont trop vagues pour pouvoir être traitées mathématiquement. Par exemple : un tel système serait-il pratique ? Observez que ce sont des questions d'un type différent des précédentes. Pouvez-vous vous trouver d'autres questions posées qui sont de la même nature, c'est-à-dire qui ne sont pas du domaine des mathématiques (quel que soit leur intérêt) ?

•***Ce que vous pourriez faire.*** *Certains d'entre vous ont eu l'idée de prendre d'autres nombres que 9 et 11. Voilà une idée intéressante. Qu'est-ce qui change si on prend 5 et 10 (au lieu de 9 et 11) ? Ou bien si l'on prend 8 et 12 ? Ou bien 13 et 15 ?*

Pouvez-vous donner un résultat général : comment choisir deux nombres pour pouvoir payer toutes les sommes possibles ?

Premières décisions et conjectures

Les classes ayant pris connaissance de la relance, réagissent aux propositions et poursuivent leur travail scientifique en proposant de nouvelles conjectures aux autres.

Nous trouvons ci-dessous les réactions de **la 5ème de Langevin Wallon**

« Nous avons pris connaissance des recherches des autres classes et nous avons essayé de travailler en essayant d'autres nombres que 9 et 11. En fait nous avons essayé d'obtenir 1.

Etes-vous d'accord pour dire qu'avec 8 et 12 cela ne marche pas ?

Nous proposons de choisir des nombres impairs qui ne sont pas dans la même table. Que pensez-vous de ce choix ? »

<u>Conjectures des 3ème 1 du collège de Saint-Mathieu</u>

comment choisir deux nombres pour pouvoir payer toutes les sommes possibles ?
c1 *2 nombres impairs avec 2 de différence*
c2 *avec 2 nombres impairs, on peut payer toutes les sommes*
c3 *il faut pas qu'un nombre soit le double de l'autre*
c4 *possible si le PGCD des 2 nombres est 1 (nombres premiers entre eux)*

Débats scientifiques et contre-exemples

Des moments de débat scientifique sont alors organisés dans les classes, afin d'invalider certaines conjectures ou d'essayer d'apporter une preuve.

« En réponse ***aux collèges Langevin Wallon et Pierre Moréto****, les élèves de* ***la 5ème3 du collège du Salagou :***

- *Sont d'accord sur le fait qu'une fois qu'on obtient 1, le problème est possible*
- *Pour obtenir 1, ils sont tombés d'accord pour écrire les tables respectives de chacun des nombres et de rechercher quand l'écart était de 1.*
- *Pensent qu'avec 2 pairs ça ne marche pas mais n'arrivent pas à le prouver indéfiniment.*
- *1 et n'importe quel autre nombre ça marche toujours étant donné que les multiples de 1 forment tous les nombres possibles sans que l'autre nombre joue un rôle.*
- *Ont répertorié des cas où ça marche : 3 et 5 ; 3 et 7 ; 9 et 11 ; 5 et 7 ; 5 et 11*
- Ont répertorié des cas où ça ne marche pas : 4 et 6 ; 21 et 7 ; 3 et 15 ;…*sans pouvoir vraiment dire que ce sera pas possible à un moment. Ils pensent que pour l'expliquer il va falloir utiliser leurs multiples.En fin de séance, nous cédons au découragement car une explication générale nous paraît trop compliquée face à tous les cas à étudier. Pourriez-vous nous sortir de cet enlisement… ? Pourrions-nous conclure ensemble ? »*

la 4ème A du collège de Jacou a mené elle aussi un débat sur l'une des conjectures proposées :

Nous avons fait un débat en classe sur la conjecture :
Pour avoir toutes les sommes il faut que :Les deux nombres soient impairs et que leur écart soit de 2
Nous avons étudié plusieurs exemples :

Couples qui conviennent :	*Couples qui ne conviennent pas :*
7 et 9	*12 et 10*
27 et 25	
19 et 17	
10 et 13	
3 et 5	
29 et 31	
5 et 7	

Nous sommes arrivés à la conclusion suivante :
Si les 2 nombres sont impairs et ont un écart de 2 ça marche toujours *car on peut toujours trouver 1 car nous avons remarqué que :*

pour 3 et 5 on a $2\times5 - 3 \times3 = 1$
pour 5 et 7 on a $3\times7 - 4 \times5 = 1$
pour 7 et 9 on a $4 \times9 - 5 \times 7 = 1$

on peut continuer ainsi avec des nombres impairs qui ont 2 d'écart on augmente de 1 chaque fois les facteurs

- On n'est pas obligé

***d’avoir cette condition** nous avons les contre-exemples :*

- 10 et 13 où l’écart est de 3 et un des deux nombre est impair

- 9 et 5 où l’écart est de 4

Que pensez vous de nos conclusions ? Nous continuerons nos recherches mardi 20 Janvier

A bientôt

A l’occasion de ce travail sur les conjectures, il peut alors apparaître la nécessité d’inventer de nouvelles définitions communes à l’ensemble des chercheurs pour que les conjectures restent valides.

Les élèves du **collège du Salagou** rajoutent les remarques suivantes :

« La formulation de Wallon : des nombres impairs qui ne sont pas dans la même table a soulevé de nombreuses interrogations sur son véritable sens. Les 5ème3 pensent qu’elle devrait être reformulée de façon à être plus précise (laquelle table ?) »

Ces interrogations vont permettre de donner un statut moins artificiel aux définitions données en cours de mathématique.

Clôture du problème

Au bout de deux mois, il est alors essentiel de clôturer le problème. Les élèves et leurs enseignants ont besoin de faire le point sur ce qui a été démontré, sur les nouvelles connaissances rencontrées sur les questions qui restent encore en suspens.

Les enseignants doivent sentir qu’ils n’ont pas « perdu leur temps » par rapport au programme, et que les élèves ont acquis des connaissances qu’ils pourront réinvestir.
Le chercheur propose donc un texte que chaque enseignant va utiliser à sa guise en prenant ce qui correspond au travail de sa classe.

Voici la clôture du problème de la monnaie. Vous y trouverez un bilan global sur l’ensemble de vos recherches, des réponses à certaines questions que vous vous êtes posées, et des prolongements possibles.

1.LE PROBLEME

Depuis la première relance, le problème s’est stabilisé : il n’y a plus trop de références aux euros ou aux centimes d’euros, à savoir si on pourrait utiliser des billets, ou aux différents pays qui participeraient à l’opération, etc. Vous cherchez un problème plus abstrait, plus mathématique, que celui posé au départ.

Cela n'empêche pas d'être amené à se poser des questions inspirées par le contexte concret de l'énoncé initial- et c'est très bien comme ça. Par exemple : ce système va être lourd, beaucoup de pièces seront nécessaires, peut-on avoir une idée du nombre minimum de pièces nécessaires pour réaliser telle ou telle somme ?

2. LES RESULTATS

Vous avez tous observé qu'il y a des cas où on peut faire toutes les sommes (en rendant la monnaie), par exemple 9 et 11, et qu'il y a aussi des cas où on ne peut pas faire toutes les sommes, par exemple 6 et 9.

***Comment prouver qu'on peut réaliser toutes les sommes ?** Vous avez eu la très bonne idée de remarquer que si on peut faire 1, alors on peut tout faire. Cela vient du fait que 1 « engendre » tous les nombres par l'addition.*

Sur un exemple concret il est alors possible de montrer explicitement que l'on peut faire 1. Par exemple avec 9 et 11, on a

$$1 = 5 \times 9 - 4 \times 11$$

c'est à dire que nous donnons 5 pièces de 9 et qu'on nous rend 4 pièces de 11. remarquez d'ailleurs que cela prouve du même coup qu'on peut réaliser 1 avec 5 et 11, ou encore avec 5 et 4, ou encore avec 9 et 4 !

Il reste des questions : y a-t-il plusieurs solutions possibles ? Y a-t-il une formule pratique pour réaliser 1 si on donne deux nombres différents de 9 et 11 ? Y a-t-il une manière de faire 1 qui demande le moins de pièces possibles, et si oui laquelle et avec combien de pièces ?

Une fois qu'on a fait 1, on sait faire les autres sommes en multipliant le nombre de pièces utilisées, par exemple

$$10 = 50 \times 9 - 40 \times 11$$

Mais quand on a fait 10 comme cela, ce n'est pas très économique ! Cela nous demande 50 + 40 = 90 pièces, or on peut aussi dire que 10 c'est 11 moins 1, et que 11 est un pièce et qu'on sait faire 1 avec 5 + 4 = 9 pièces.

Cela nous amène aux mêmes questions que pour faire 1 : y a-t-il une manière de faire une somme quelconque qui demande le moins de pièces possibles, et si oui laquelle ?

***Comment prouver qu'on ne peut pas réaliser toutes les sommes ?** La question semble plus difficile, parce que nous ne pourrons jamais faire toutes les combinaisons possibles de 9 et de 11 – il y en a une infinité ! Il nous faut donc trouver un raisonement qui nous permette de conclure…et vous l'avez bien trouvé : dans votre langage, vous dites « si les deux nombres sont dans la même table, alors on ne pourra pas tout réaliser ». Par exemple, 6 et 9 sont tous les deux dans la table de 3 ; et toutes les combinaisons possibles de 6 et de 9 seront elles-mêmes toujours dans la table de 3.*

Que signifie « être dans la même table » ? Naturellement, si on prend cela au sens strict, alors tous les nombres sont dans la table …de 1 ! On a donc envie de dire : si les deux nombres sont dans une même table autre que la table de 1, alors on ne peut pas réaliser toutes les sommes. En effet : si les nombres sont « dans la même table », cela signifie qu'ils apparaissent tous les deux dans la table de multiplication d'un même nombre, autrement dit qu'ils sont tous les deux multiples de ce nombre. Ce qui se dit encore : ils ont un diviseur commun (autre que 1). Mais dans ce cas, comme vous l'avez bien remarqué pour beaucoup *d'entre vous, cela implique que toutes les sommes seront elles-mêmes divisibles par ce même nombre.*

Quels sont les nombres qui permettent de réaliser toutes les sommes ?
Vous avez essayé de donner des conditions pour dire « si les deux nombres vérifient ceci ou cela, alors on peut réaliser toutes les sommes ». Par exemple :

- *Des nombres successifs, par ex, 20 et 21 : dans ce cas il est clair qu'on obtient tout de suite 1 en soustrayant le plus petit du plus grand*
- *Deux nombres impairs successifs, c'est à dire à une distance de 2, par exemple 13 et 15 : dans ce cas on obtient tout de suite 2, et en prenant un des deux nombres impairs et en enlevant suffisamment de fois 2, on tombe sur 1*
- *Si on prend deux pairs, ça ne marche pas car les sommes seront toujours des nombres pairs*
- *Un pair et un impair : parfois ça marche, par exemple 10 et 11, mais parfois non, par exemple 10 et 15 (ils sont dans la table de 5)*
- *De même, un impair et un pair qui n'est pas multiple de l'impair ne marche pas toujours (10 et 15)*
- *Un nombre n et l'autre 2n + 1, par exemple 5 et 16 = 3 x 5 + 1*

Certains d'entre vous ont eu l'idée (correcte) que la bonne condition, c'est à dire la condition la plus générale, est de demander aux nombres de ne pas être dans la même table…

Si les nombres ne sont pas « dans la même table ». *Cela signifie qu'il n'existe pas un autre nombre dans la table duquel ils apparaissent, autrement dit qu'ils ne sont pas multiples d'un même nombre. Ce qui se dit encore : ils n'ont pas de diviseur commun. Sauf qu'il existe un nombre qui divise toujours, c'est 1. Mais comme il divise toujours, il n'est pas très intéressant pour la multiplication ou la division. On dira alors :* ***les deux nombres n'ont pas de diviseur commun autre que 1,*** *ou encore que les deux nombres sont* ***premiers entre eux.*** *Dans ce cas, on peut montrer qu'il est effectivement possible de construire le nombre 1, mais c'est plus difficile : c'est le* ***théorème de Bezout.***

Comment trouver toutes les solutions ? *Sur notre exemple : on sait que*

$$1 = 5 \times 9 - 4 \times 11$$

mais on a aussi

$$1 = 16 \times 9 - 13 \times 11$$

ou encore

$$1 = -8 \times 9 + 5 \times 11$$

La première solution est meilleure que les deux autres, puisqu'elle nous fait utiliser 5 + 4 = 9 pièces, au lieu de 16 + 13 = 29 ou 8 + 5 = 13 pièces. Peut-on faire mieux ? On sent bien que non…mais comment le dire ?
De manière générale, le théorème de Bezout nous dit que si deux nombres, disons a et b, ne sont pas dans la même table, alors il existe deux autres entiers u et v tels que

$$au + bv = 1$$

En existe-t-il d'autres ? Beaucoup d'autres ? Il est facile de voir que oui : si u et v conviennent, alors $u + b$ et $v – a$ conviennent aussi, puisqu'alors :

$a(u + b) + b(v – a) = au + ab + bv – ba = (au + bv) + (ab – ba) = 1 – 0 = 1$

De même, $u + 2b$ et $v – 2a$ conviennt, ainsi que $u + 3b$ et $v – 3a$, $u + 4b$ et $v – 4a$, etc…de même que $u – b$ et $v + a$, $u – 2b$ et $v + 2a$ etc…

Il y a donc une infinité de solutions u et v ! On peut montrer que ce sont là toutes les solutions, qu'il n'y en a pas d'autres.

***Quelle est la solution la plus économique ?** Pour l'instant, on cherche la solution la plus économique pour faire 1.*

Pour faire 1 avec des pièces de valeur a et de valeur b, il faut faire $1 = au + bv$. Sauf si $a = 1$ ou $b = 1$, ce qu'on exclut, il faut donner des pièces et en rendre. Autrement dit, u et v ne sont pas tous les deux positifs…

Essayons d'abord de voir ce qui se passe si on donne des pièces de valeur a et si on rend des pièces de valeur b. On peut montrer que, parmi toutes ces solutions, il y en a une et une seule qui vérifie

$$0 \prec u \prec b \text{ et } -a \prec v \prec 0$$

(on donne u pièces de monnaie de la valeur a, et on rend $–v$ pièces de valeur b).

Dans ce cas, le nombre de pièces échangées est $u – v$, qui est donc inférieur ou égal à $a + b – 2$.

Dans notre problème initial, on a vu que 9 pièces suffisaient. On a effectivement

$$9 \prec 9 + 11 = 18.$$

Pouvez-vous trouver un exemple où il faut $a + b – 2$ pièces pour faire 1 ? Et que peut-on dire sur la manière la plus économique de faire une autre somme que 1 ?

***Et si on ne rend plus la monnaie ?** Voici une variante du problème que vous avez étudié : maintenant on ne s'autorise plus à rendre la monnaie. Toujours avec 9 et 11, on peut donc faire certaines sommes mais évidemment pas toutes : on peut faire 9, 11, 18 = 9 + 9, 20 = 9 + 11, etc…mais on ne peut pas faire 1, 2, 3, …, 8, 10, 12, etc…*

Cependant, si on fait la liste par ordre croissant de toutes les sommes possibles par cette méthode, on voit quelque chose de surprenant. Dans le groupe 3, la classe de 6ème 11 du collège de Thuir a ainsi remarqué qu'on ne peut pas obtenir 79, mais qu'à partir de 80 toutes les sommes sont possibles !

Est-ce un hasard ? Pouvait-on le prévoir à l'avance ?Aurait-on le même phénomène en prenant d'autres nombres que 9 et 11, par exemple 11 et 13, ou 5 et 6, ou autre chose encore ?

Voici un prolongement possible, et fort intéressant, à votre recherche !

Accès au sommaire

étape	date	réalisations	contributeurs
1	7 novembre 2003	En présentiel , résolution du problème : *Quel est le plus grand nombre que l'on ne peut pas atteindre comme somme de 7 et de 13 ?* (germe de fiche technique et fiche prof).	Tous les enseignants du groupe Résolution Collaborative de Problèmes Ouverts.
2	29 novembre 2003	Répartition des classes en six groupes. Envoi de l'énoncé du problème aux enseignants (fiche élève et germe de fiche prof).	Un formateur de l'équipe RCPO
3	1ère semaine décembre 2003	Lecture de l'énoncé, premières réflexions et envoi des questions aux autres classes du même groupe (germes de fiche compte rendu d'expérimentation).	Tous les enseignants du groupe RCPO et tous les élèves
4	2ème semaine décembre 2003	Prise connaissance des questions, travail dessus et envoi des réponses aux autres classes du même groupe (germes de fiche prof et fiche compte rendu d'expérimentation).	Tous les enseignants du groupe RCPO et tous les élèves
5	17 décembre 2003	Relance pour faire le point de toutes les questions et recentrer le problème: chaque enseignant transmet à ses classes ce qu'il juge bon pour l'avancée du problème (germe de fiche compte rendu d'expérimentation).	L'enseignant-chercheur de l'équipe RCPO
6	Début janvier 2004	Envoi d'un questionnaire aux enseignants sur l'organisation du travail et de la communication (germes de fiche scénarios d'usage).	Un formateur de l'équipe RCPO.
7	Début janvier 2004	Poursuite du travail de recherche et des envois entre classes (germe de fiche compte rendu d'expérimentation).	Tous les enseignants du groupe RCPO et tous les élèves
8	9 janvier 2004	En présentiel, point sur les recherches. A partir du questionnaire, débat sur les problèmes d'organisation et de communication et présentation des différents scénarios (fiche scénarios d'usage).	Tous les enseignants du groupe RCPO
9	Fin janvier et février 2004	Bilan du travail réalisé et derniers envois aux autres classes (germe de fiche prof).	Tous les enseignants du groupe RCPO et tous les élèves
10	24 février 2004	Envoi du bilan final à tous les enseignants : chacun clôt le problème dans sa classe en tirant de ce bilan ce qui correspond au niveau de ses élèves (germe de fiche compte rendu d'expérimentation).	L'enseignant-chercheur de l'équipe RCPO
11	Mars avril 2004	Variante mauritanienne du problème travaillée par un classe en France et une classe en Mauritanie.	Un formateur de l'équipe RCPO, un enseignant mauritanien et leurs élèves
12	Avril à juin 2004	Finalisation de la ressource à partir des différents travaux et du forum.	L'équipe RCPO.
13	Décembre 2005	Réalisation du CV	Un formateur de l'équipe RCPO.