

 <p>SFODEM SUIVI DE FORMATION A DISTANCE POUR LES ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES</p>	FRANC-CARREAU Sommaire	 <p>I. R. E. M. de Montpellier</p>
---	---------------------------	---

- [Fiche d'identification](#)
- [Fiche professeur](#)
- [Fiche élève : expérimentation](#)
[Fiche élève : simulation sur calculatrice](#)
[Fiche élève : document classe, synthèse des résultats](#)
- [Scénario\(s\) d'usage](#)
- [Traces de travaux d'élèves](#)
- [Compte-rendu\(s\) d'expérimentation](#)
- [Fiche technique](#)
- [CV](#)

Type :	Statistiques, simulation d'une expérience, aide à la conjecture
Niveau :	Lycée seconde, première
Mots-clés :	statistiques, expérimentation, protocole expérimental, simulation, aléatoire, fluctuation d'échantillonnage, fréquence, intervalle de confiance
Objectifs pédagogiques généraux :	<ul style="list-style-type: none"> • Permettre aux élèves d'établir un lien entre une expérience « concrète » et une simulation de cette expérience • Faire prendre conscience de la fluctuation d'échantillonnage • Observer l'évolution de l'ampleur des fluctuations d'une distribution de fréquences lorsque la taille des échantillons augmente • Suggérer l'existence d'une « fréquence théorique » du succès de l'expérience, associée à la modélisation choisie pour la simulation.
Modalité :	<ul style="list-style-type: none"> • première partie : activité papier crayon en demi classe accompagnée de la rétroprojection en classe entière • deuxième partie optionnelle : activité papier crayon utilisant des calculatrices en demi classe accompagnée de la rétroprojection en classe entière
Dispositif technique :	<ul style="list-style-type: none"> • première partie : pour l'expérimentation concrète, préparer damiers (un pour deux élèves) et pièces de 10 centimes d'euro (même quantité). Le damier, au format A3, représente 35 carrés de 5 cm de côté ; on peut le réaliser soi-même, ou à partir de deux exemplaires du document [demidamier.doc]. Pour l'animation, logiciel Cabri II et matériel de rétroprojection • deuxième partie optionnelle : calculatrices programmables disposant des fonctions liées à l'aléatoire (une pour deux élèves). Les programmes joints ont été écrits pour les calculatrices du constructeur Texas Instruments, modèles TI 82, 83, 84 ; la tablette de rétroprojection associée à un tel matériel facilite la présentation et la discussion dans la classe.
Liste et description des fichiers :	<p><u>Première partie</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • [francarreau8c.fig] , [francarreau.fig] et [francarreau.xls] : utilisés en classe entière, ces fichiers proposent une simulation de l'expérience concrète réalisée par chaque élève lors de la séance précédente (pour plus de détails, voir le paragraphe description de l'activité instrumentée de la fiche professeur)

<p>Liste et description des fichiers (suite):</p>	<ul style="list-style-type: none"> • [francarreau.doc] : document professeur, description technique des fichiers rétroprojectables, documents élèves • [demidamier.doc] : permet la réalisation, à partir de deux exemplaires de ce fichier, du damier utilisé pour l'expérimentation concrète. <p><u>Deuxième partie</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • [Afc1.8xp] et [Afc2.8xp] : ces fichiers programmes proposent une simulation sur calculatrices TI 82, 83, 84 de l'expérience concrète initiale. • [francarreau programmes TI 82 83 84.doc] présente le script de chacun des deux programmes AFC1 et AFC2 ; la reproduction de quelques écrans permet de retrouver rapidement les résultats attendus par chacun d'eux.
<p>Description activité :</p>	<p>Il s'agit pour les élèves de réaliser une expérience concrète, de la répéter de façon à en constituer un échantillon et de constater la fluctuation d'échantillonnage. Ils sont également amenés à observer, par le biais de la rétroprojection, une simulation de cette expérience, ou à participer à cette simulation à l'aide d'une calculatrice programmée. Enfin les élèves sont conduits à se prononcer sur l'évolution de l'ampleur de la fluctuation lorsque la taille de l'échantillon augmente.</p>
<p>Auteurs :</p>	<p>Groupe Intégration des Outils Informatiques IREM de Montpellier</p>

[Accès au sommaire de la ressource](#)

Programme officiel Contenus :

(classe de seconde) Définition de la distribution des fréquences d'une série prenant un petit nombre de valeurs et de la fréquence d'un événement.
Simulation et fluctuation d'échantillonnage.

Commentaires : ... Chaque élève produira des simulations de taille n à partir de sa calculatrice ; ces simulations pourront être regroupées en une simulation ou plusieurs simulations de taille N , après avoir constaté la variabilité des résultats de chacune d'elles...

Objectifs pédagogiques Acquérir une expérience de l'aléatoire et ouvrir le champ du questionnement statistique.
Voir dans un cas simple ce qu'est un modèle probabiliste et aborder le calcul des probabilités.
(Extrait du document d'accompagnement du programme de seconde)

Pré requis Savoir calculer la fréquence d'une issue d'un échantillon de taille n d'une expérience.
Pour la deuxième partie, il n'est pas nécessaire d'avoir déjà rencontré les fonctions de base liées à l'aléatoire et présentes sur une calculatrice. L'utilisation de l'un des programmes proposés, puis éventuellement la lecture de son script, peuvent être au contraire un moyen de découvrir l'une de ces fonctions.

Intérêt La fluctuation d'échantillonnage ressort naturellement de la diversité des résultats obtenus par les élèves ;
L'animation du nombre de lancers de la pièce dans la simulation (fichiers [francarreau 8c.fig] et [francarreau.fig] sur ordinateur en rétroprojection dans la classe ou [Afc1.8xp] et [Afc2.8xp] sur calculatrice individuelle ou rétroprojetée) peut faciliter la capacité à anticiper (valeur de la « fréquence théorique », c'est-à-dire de la probabilité de franc-carreau) par calcul d'un quotient d'aires.

Description de l'activité instrumentée Première partie

• Activité papier crayon

Chaque élève (ou chaque groupe de deux élèves), lors d'une séance en demi classe, reçoit avec la [fiche élève](#) un damier et une pièce de 10 centimes d'euro. Lorsque chacun dispose d'un échantillon de 20 expériences et a calculé la fréquence de franc-carreau pour son échantillon, les résultats

sont collectés et représentés sur un même graphique ; la fréquence de franc-carreau sur l'ensemble des échantillons est calculée. On observe la **fluctuation d'échantillonnage**.

- Rétroprojection

La figure [francarreau 8c.fig] est ouverte dans le logiciel Cabri, le curseur placé en position gauche. On reconnaît un damier analogue à celui que les élèves ont utilisé lors de l'expérimentation : les dimensions de la pièce et des carreaux sont identiques, seul le nombre de carreaux diffère. Il en est de même dans la figure [francarreau.fig] où le damier se réduit à un unique carreau. Le passage de l'expérimentation (par chaque élève) à deux simulations de cette expérimentation (sur ordinateur, l'une avec un damier à huit carreaux, l'autre sur un unique carreau), n'a rien d'immédiat ; on veillera à poser la question du bien-fondé de ces simplifications. Quelques éléments de réponse seront discutés en classe à la fin de la partie rétroprojection (voir ci-dessous).

Le déroulement de la rétroprojection est noté dans la [fiche technique](#) (description et actions possibles).

Au cours de la rétroprojection, les élèves sont amenés à débattre de ce que l'on entend par « ***lancer la pièce au hasard sur le damier*** ». Faire un choix de modèle consiste à donner ***un*** sens mathématique à cette phrase ; ici, le choix du modèle est celui de l'**équiprobabilité** des points du damier : tous ces points (pixels sur l'ordinateur ou la calculatrice) ont la même « chance » de devenir le centre de la pièce lancée. L'animation des lancers simulés de la pièce suivant ce modèle aide à concevoir une fréquence théorique de l'événement franc-carreau : rapport des aires de deux carrés.

Il convient également de préciser le protocole expérimental, qui n'a volontairement pas été explicité sur le document élève. En particulier se pose la question d'acceptabilité des lancers. On amène les élèves à présenter leur choix lors de l'expérimentation ; peut-être ont-ils rejeté l'essai lorsque la pièce roule au sol, ou même dès qu'elle quitte la feuille sur laquelle est représenté le damier ; ont-ils retenu l'essai dans le cas où la pièce touche le quadrillage, son centre étant situé à l'extérieur du damier ? Le travail mené lors de ce débat va permettre de choisir une condition d'acceptabilité des lancers qui rende la probabilité d'obtenir franc-carreau indépendante du nombre de carreaux du damier. Lors de l'expérimentation initiale (damier papier et pièce de 10 centimes), il peut paraître naturel de rejeter les essais lorsque la pièce est entièrement à l'extérieur du damier. Si l'on s'en tient à ces seuls cas de rejet des essais, passer d'un damier de 35 carreaux (papier) à celui

de 8 carreaux (simulé dans [francarreau 8c.fig]) ou à celui à carreau unique ([francarreau.fig]) modifie la probabilité d'obtenir franc-carreau. En effet, si l'ensemble F des centres des pièces à franc-carreau est inchangé, (cet ensemble « des cas favorables », réunion de carrés de 3 cm de côté, apparaît dans la figure [francarreau 8c.fig], curseur en position droite), par contre l'ensemble E des centres des pièces pour tous les essais acceptés (ensemble « des cas possibles ») est le damier tout entier, bordé d'une bande de 1 cm de côté ! Dans ce cas les quotients « $\frac{\text{nombre d'éléments de F}}{\text{nombre d'éléments de E}}$ » (nombres de pixels lors

de la simulation sur ordinateur ou calculatrice) ou « $\frac{\text{aire de F}}{\text{aire de E}}$ »

ne sont pas indépendants du nombre de carreaux du damier. Cette invariance est obtenue si l'on convient de rejeter tous les essais pour lesquels le centre de la pièce est situé à l'extérieur du damier (l'ensemble « des cas possibles » est alors celui montré par la position médiane du curseur de la figure [francarreau 8c.fig]. Un tel choix justifie et éclaire, a posteriori, l'hypothèse évoquée lors du passage de l'expérimentation à la simulation dans [francarreau 8c.fig] et nécessairement formulée lors de l'ouverture de [francarreau.fig] : *l'on ne change pas les « chances » d'obtenir franc-carreau en lançant la pièce sur un damier constitué d'un seul carreau.*

Deuxième partie (optionnelle, et réalisable par exemple si l'établissement dispose d'un parc homogène d'une vingtaine de calculatrices)

Deux programmes, rédigés pour les calculatrices TI 82, 83, 84, proposent aux élèves d'être acteurs lors de la phase de simulation.

- [Afc1.8xp] simule le lancer au hasard d'une pièce de rayon r sur un carré de côté $5r$; le lancer peut être répété. Le programme prend en compte les lancers pour lesquels le centre de la pièce se situe dans le carré affiché (bords compris).
- Afc2.8xp] permet de simuler n lancers d'une pièce (n à choisir par l'utilisateur) et de calculer la fréquence de franc-carreau sur l'échantillon réalisé.

On peut consulter la [fiche élève](#) associée à cette expérimentation, le [document de classe](#) préparant la synthèse numérique et graphique des expérimentations dans la classe ainsi qu'un exemple de [travaux d'élèves](#).

[Accès au sommaire](#)

[Accès à la liste des scénarios](#)

Scénario :

Première partie

Phase	Acteur	Description de la tâche	Situation	Outils et supports	Durée ¹
1	L'élève	20 lancers d'une pièce sur un damier, calcul d'une fréquence et collecte des résultats	individuelle, ou par groupes de deux	document papier : « fiche élève expérimentation »	15 min à la fin d'une séance en demi groupe
2	Le professeur et la classe	Commentaire sur le graphique mis en place à la dernière séance ; prise de conscience de la <i>fluctuation d'échantillonnage</i>	collective	Un transparent reproduisant le graphique obtenu par collecte des résultats de la classe facilite les échanges.	10 min
3	Le professeur et la classe	Présentation d'une simulation sur ordinateur Débat sur les simplifications effectuées (nombre de carreaux du damier) Réflexion sur ce que l'on entend par « <i>lancer la pièce au hasard sur le damier</i> »	collective	matériel de rétroprojection et fichiers [francarreau 8c.fig] [francarreau.fig] (curseur en position gauche) [francarreau.xls]	20 min
4	Le professeur et la classe	Une animation de la simulation a pour but de faire émerger l'idée d'une « fréquence théorique » pour l'événement franc-carreau ; Le retour au fichier à 8 carreaux (curseur en positions médiane puis droite) permet un retour sur la pertinence des simplifications réalisées.	collective	[francarreau.fig] (curseur en position droite) [francarreau 8c.fig] (curseur en position médiane puis droite)	10 min
5	L'élève	Synthèse et prise de notes sur le vocabulaire dégagé : <i>expérience aléatoire</i> <i>échantillon</i> <i>fluctuation d'échantillonnage</i> <i>modèle choisi</i> <i>simulation du modèle</i>	individuelle	cahier de statistiques	10 min

[Accès au sommaire](#)

¹ Cette durée est donnée à titre indicatif et prévisionnel
IREM de Montpellier

Nom du fichier	francarreau 8c.fig, francarreau.fig, francarreau.xls
Logiciel utilisé	Cabri II et Excel
Description et mode d'emploi	<p>A. La figure francarreau 8c.fig présente un damier de 8 carreaux de 5 cm de côté au-dessus duquel apparaît un curseur à trois positions.</p> <p>En position gauche, la pièce est matérialisée par un disque de rayon 1 cm, dont le centre est un point situé à l'intérieur du damier (annexe, écran 1). En sélectionnant le nombre d'essais, et en pressant la touche – (moins), la pièce est relancée (écrans 2 et 3).</p> <p>En position médiane, le curseur fait apparaître l'ensemble de tous les centres possibles (pour un certain protocole d'expérimentation, voir document professeur) ; en position droite s'affiche l'ensemble des centres dans les cas de franc-carreau. La présentation en classe de ces deux affichages ne doit intervenir qu'en fin de séance, après l'utilisation de la figure francarreau.fig.</p> <p>B. La figure francarreau.fig comporte au bas un curseur à deux positions ; ouverte en position gauche, elle présente un unique carreau de 5 cm de côté. Sur la droite, une table à deux colonnes : essai et franc-carreau (annexe, écran 5). En sélectionnant le nombre d'essais, et en pressant la touche – (moins), la pièce est relancée (écrans 6 et 7).</p> <p>Une simulation de plusieurs lancers de la pièce (jusqu'à 999) peut être réalisée grâce à l'animation du nombre d'essais ; les résultats (nombres d'essais et de franc-carreaux) s'affichent dans la table ; leur importation dans le fichier francarreau.xls permet de lire la fréquence de franc-carreau à l'issue de la simulation effectuée (voir les écrans commentés 8 à 11).</p> <p>C. Revenant à la figure Cabri francarreau.fig, la position droite du curseur fait apparaître deux carreaux dans lesquels s'affiche à l'identique le résultat d'un essai (bord et centre de la pièce) : annexe écran 12.</p> <p>Une simulation d'un grand nombre de lancers (il n'y a pas ici de limitation) obtenue par l'animation du nombre d'essais, après avoir mis les centres des deux pièces en mode trace, permet de suivre l'évolution de la fréquence de franc-carreau (rapport des nombres de points affichés dans les deux carreaux) lorsque le nombre de lancers augmente.</p> <p>La densification des deux ensembles de centres permet de</p>

conjecturer leur forme (carrée), ce qui engage à en apporter la preuve et à déterminer les dimensions (annexe, écrans 13 à 15).

L'exploitation de l'animation et les échanges lors d'un débat sur la notion de *hasard* dans le lancer de la pièce sur le damier permettent d'introduire la fréquence théorique (probabilité) de l'événement franc-carreau associé au modèle choisi pour la simulation (voir le document professeur).

D. Le retour à la figure francarreau 8c.fig, avec le curseur placé en position médiane, puis droite (voir A. ci-dessus), offre la possibilité d'évoquer l'éventuelle indépendance de cette fréquence théorique avec le nombre de carreaux du damier, la taille des carreaux et de la pièce demeurant inchangée (annexe, écrans 16 et 17 et document professeur).

Documentation Logiciels Cabri II et Excel

ANNEXE Quelques écrans commentés évoqués dans la description ci-dessus, sont présentés page suivante.

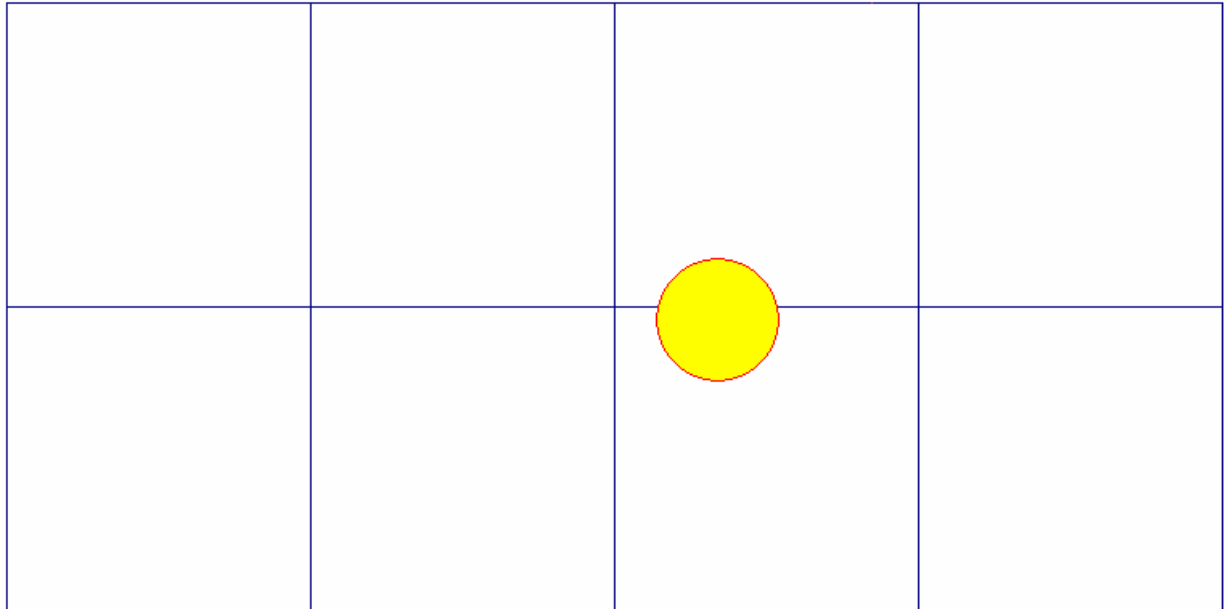
[Accès au sommaire](#)

ANNEXE

Écran 1[francarreau 8c.fig] En **position gauche**, le curseur affiche le damier et le résultat d'un essai.



essais : 1



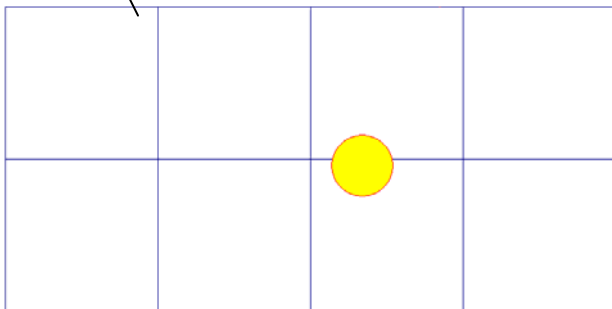
En sélectionnant le **nombre** d'essais, et en pressant la touche = (moins), la pièce est relancée (elle est à franc-carreau sur l'écran 3).

Écran 2

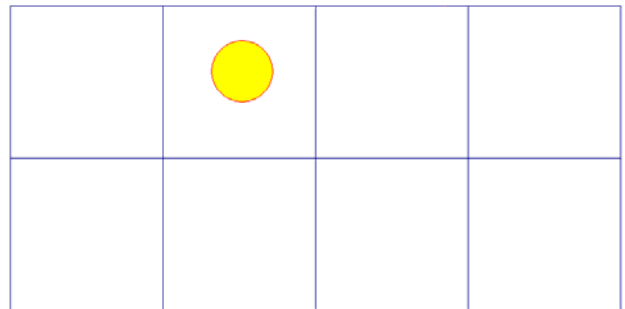
Écran 3




essais : 1 Ce nombre



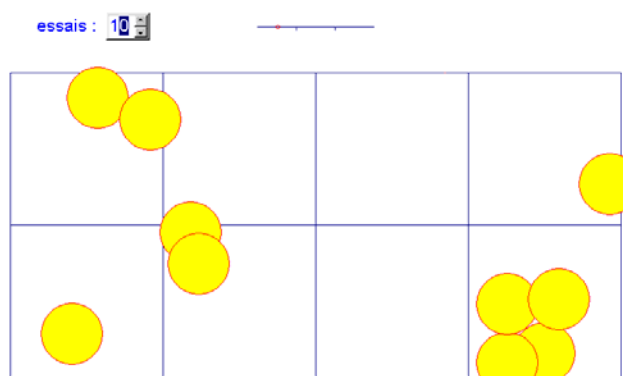
essais : 1



Écran 4 ▶

La pièce étant mise en mode **trace** (sélectionner “ce cercle”), on peut effectuer plusieurs essais (10 par exemple sur l’écran 4), en double cliquant sur le **nombre** d’essais puis en cliquant plusieurs fois sur la flèche . On peut enfin observer le nombre de franc-carreaux obtenus.

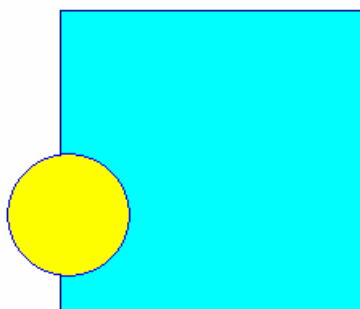
N.B. L’usage de cette fonctionnalité est délicat ; le déplacement de la souris provoque en effet une actualisation du nombre d’essais et donc l’arrivée intempestive de nouvelles pièces ; si l’on souhaite s’en servir, il convient de laisser la souris sur le compteur d’essais sans la déplacer.



Écran 5 [franc-carreau.fig] En position gauche, le curseur affiche un carreau et le résultat d’un essai.

côté du carré : 5,00 cm
rayon de la pièce : 1,00 cm

essai : 1
franc-carreau :



	essai	franc carreau
1	1	1
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		



En sélectionnant le **nombre** d’essais, et en pressant la touche = (moins), la pièce est relancée (elle est à franc-carreau sur l’écran 7).²

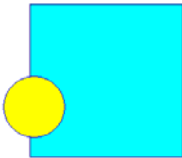
Écran 6

Écran 7

² N.B. Le résultat de chaque simulation du lancer d’une pièce apparaît à l’écran, à droite du texte « franc-carreau » : 1 s’affiche en cas de succès, ou rien dans le cas contraire. La table, située sur la droite de l’écran, sert à collecter les résultats lors d’une animation (écrans 8 et suivants) ; elle ne s’actualise pas à chaque simulation (touche = (moins), le **nombre** d’essais étant sélectionné). On peut observer que la première ligne des colonnes « essai » et « franc-carreau » de la table comporte toujours deux chiffres 1 : ils servent à initialiser la table pour la collecte des résultats. Bien évidemment ce premier essai n’a rien d’aléatoire : il a fallu placer la pièce à franc-carreau afin d’initialiser la colonne correspondante de la table ; ce premier essai ne sera donc pas pris en compte pour le calcul de la fréquence de franc-carreau dans [franc-carreau.xls].

côté du carré : 5,00 cm
rayon de la pièce : 1,00 cm

essai :
franc-carreau :

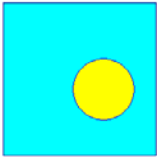


Ce nombre

	essai	franc-carreau
1	1	1
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

côté du carré : 6,00 cm
rayon de la pièce : 1,00 cm

essai : 1
franc-carreau : 1



franc-carreau

	essai	franc-carreau
1	1	1
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

- L'animation du **nombre** d'essais permet de simuler jusqu'à 999 lancers de la pièce :
1. sélectionner "**cette table**" (et pas "ce polygone")
 2. cliquer sur le bouton "animation", sélectionner le **nombre** d'essais et tendre le ressort.

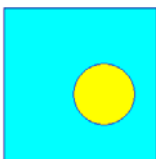
Écran 8

N.B. La réalisation des 999 essais demande près d'une minute.

Écran 9

côté du carré : 5,00 cm
rayon de la pièce : 1,00 cm

essai : 1
franc-carreau : 1

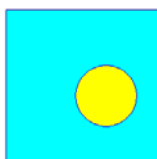


franc-carreau

essai	franc-carreau
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	1
11	1
12	1
13	1
14	1
15	1
16	1
17	1
18	1
19	1
20	1

côté du carré : 5,00 cm
rayon de la pièce : 1,00 cm

essai : 1
franc-carreau : 1



franc-carreau

essai	franc-carreau
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	1
11	1
12	1
13	1
14	1
15	1
16	1
17	1
18	1
19	1
20	1

Écran 10

Dans Cabri, la taille maximum de la table est 999 ; en pratique, on peut arrêter l'animation lorsque le compteur atteint ou dépasse 1000 : seuls les 999 premiers résultats seront retenus. A l'écran s'affichent les 20 premiers, mais tous sont mémorisés³.

Chaque fois que la pièce est à franc-carreau, 1 s'affiche dans la colonne correspondante de la table ; ainsi, sur l'écran 10 le premier essai était à franc-carreau ainsi que les quatrième, sixième, neuvième, etc.

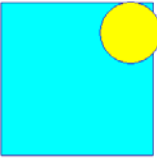
On sélectionne alors la table puis on la copie (Ctrl C).

On ouvre **francarreau.xls** et on la colle (Ctrl V). La fréquence de franc-carreau à l'issue de ces 999 essais est calculée dans la cellule G3, le premier n'étant pas comptabilisé (voir la note 2).

Écran 11

côté du carré : 5,00 cm
rayon de la pièce : 1,00 cm

essai : 1.006
franc-carreau :



franc-carreau

essai	franc-carreau
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	1
11	1
12	1
13	1
14	1
15	1
16	1
17	1
18	1
19	1
20	1

	B	C	D	E	F	G
essais						
franc-carreau						
oui : 1						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						

	nombre total d'essais	nombre de franc-carreaux	pourcentage de franc-carreaux
	998	367	36,77355%

Remarque : pour une utilisation nouvelle ou ultérieure, il peut être commode de remettre la table de francarreau.xls dans l'état initial ; il suffit pour cela d'effacer le contenu des cellules recopiées depuis Cabri (**sélectionner** les cellules **B3 à C1001** à l'aide de la souris, des touches « majuscule », « page inférieure » et des flèches de direction du clavier puis **effacer le contenu**). On peut aussi, très simplement, fermer le classeur francarreau.xls sans enregistrer !

³ Si le compteur s'incrémente de 10 (et non de 1 comme on pourrait l'attendre), on peut, sans interrompre l'animation, attendre que le compteur atteigne 10000 (au lieu de 1000). Pour retrouver une incrémentation de 1, il convient, en double cliquant sur le **nombre** d'essais, de placer le curseur à droite du chiffre des unités (et non à gauche).



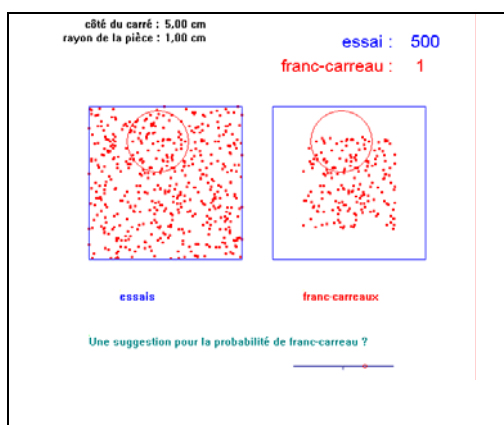
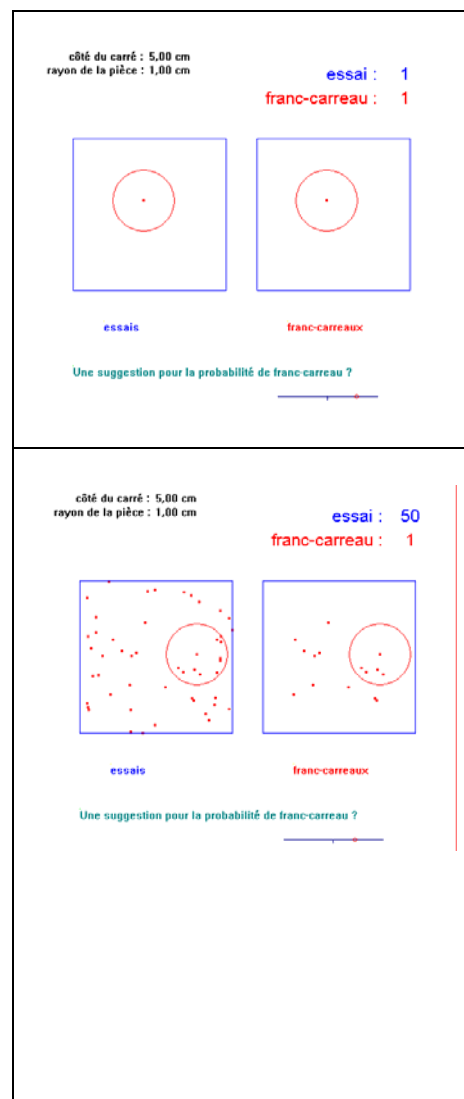
La **position droite** du curseur fait apparaître deux carreaux dans lesquels s'affiche à l'identique le résultat d'un essai (bord et centre de la pièce). Pour bien montrer cette duplication, on peut effectuer quelques lancers (sélectionner le **nombre** d'essais et presser la touche = (moins)).

On place alors les centres des deux pièces en mode **trace** et on lance l'animation du nombre d'essais : 50 essais dont 15 franc-carreaux sur l'écran 13.

*Remarques 1. Il peut arriver que le centre de l'une des pièces n'apparaisse pas : cela se produit normalement chaque fois que l'animation est interrompue sur un lancer qui n'est pas à franc-carreau. Afin de le faire réapparaître, ce qui est nécessaire pour vérifier s'il est en mode **trace**, il suffit de réaliser quelques lancers (sélectionner le **nombre** d'essais et presser la touche = (moins)) jusqu'à l'obtention de franc-carreau.*

2. L'animation peut être interrompue autant de fois qu'on le veut (d'un clic de souris à n'importe quel endroit de la figure), pour prendre conscience par exemple de l'interprétation graphique de la fréquence de franc-carreau après un certain nombre d'essais (rapport des nombres de points affichés dans les deux carreaux).

*3. L'animation se **poursuit** en reprenant l'outil "animation".*



500 essais

2000 essais environ



Retour à la figure [francarreau 8c.fig]

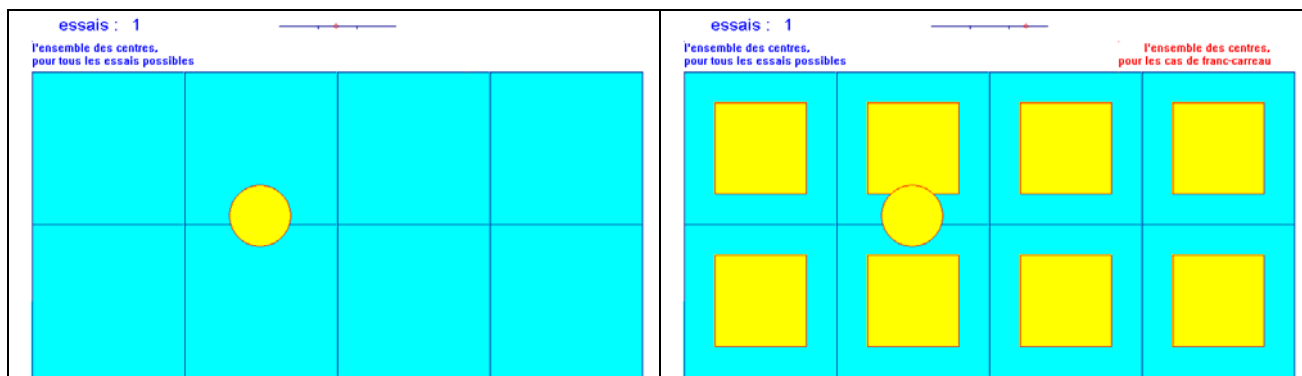
Écran 16

Curseur en **position médiane** : en bleu (ou gris), l'ensemble des centres, pour tous les essais possibles



Curseur en **position droite** : en jaune (ou gris clair), l'ensemble des centres, pour tous les cas de franc-carreau

Écran 17



[Accès au sommaire](#)

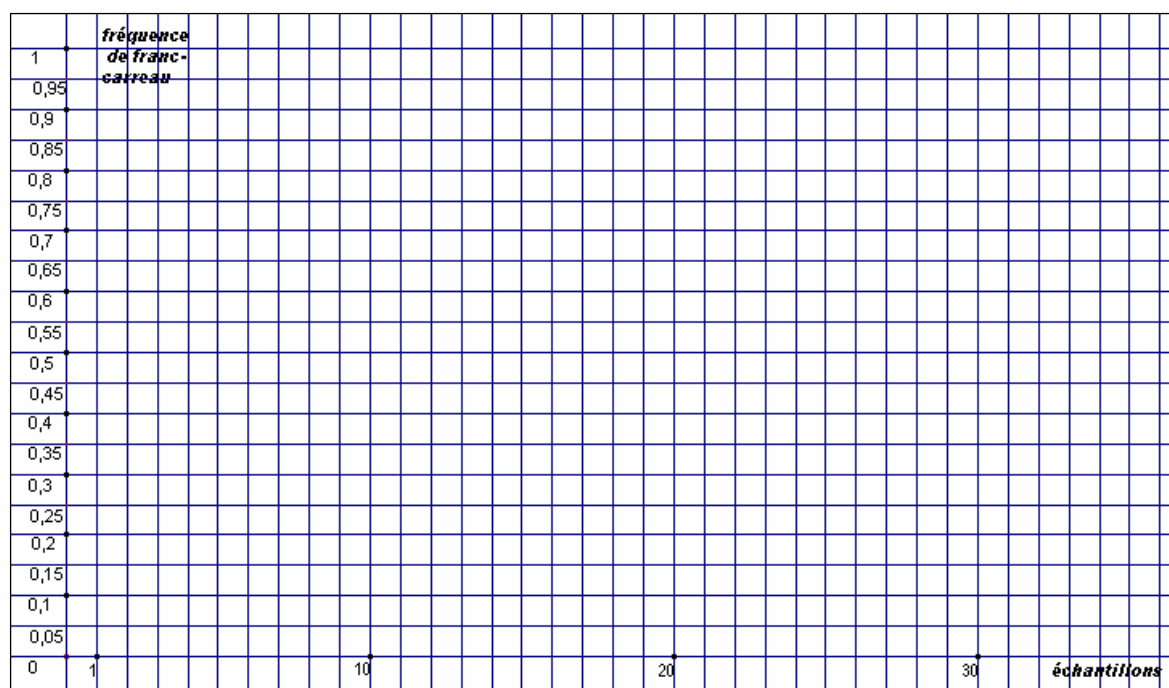
LE JEU DE FRANC-CARREAU

Pour jouer au jeu de franc-carreau, on dispose d'un damier constitué de carreaux de forme carrée de 5 cm de côté et d'une pièce de 10 centimes d'Euro, dont le rayon est 1 cm.

On lance la pièce au hasard sur le damier.

On gagne si la pièce ne chevauche pas les lignes du quadrillage, on dit alors que la pièce est à *franc-carreau*.

1. Réalisez 20 expériences (un lancer de la pièce constitue une expérience) ; notez le nombre de franc-carreaux. L'ensemble de ces 20 expériences constitue un échantillon. Calculez la fréquence de franc-carreau associée à cet échantillon. En collectant les résultats de tous les élèves, on dispose alors d'un certain nombre d'échantillons et de fréquences.
2. Sur le graphique ci-dessous, marquez d'un point la fréquence de chaque échantillon (dont le votre), calculez la fréquence f de franc-carreau sur l'ensemble des échantillons et tracez la droite d'équation $y = f$.



Les programmes **AFC1** et **AFC2** sur TI 82, 83, 84 simulent le jeu de franc-carreau sur un unique carreau de forme carrée de 50 pixels de côté (bord compris) ; la pièce est représentée par un « cercle » de 9 pixels de rayon, le centre (1 pixel) non inclus.

La pièce est à franc-carreau si son bord ne chevauche pas celui du carreau.

1. a) Lancer le programme **AFC1** : taper 8 puis amener le curseur # sur le programme **AFC1** (s'il n'est pas en tête de liste), taper \rightarrow (l'instruction **prgm AFC1** apparaît à l'écran) et une deuxième fois \rightarrow pour l'exécuter.

Un lancer est alors simulé ; taper encore \rightarrow pour une nouvelle simulation. Réaliser ainsi quelques essais.

Arrêter l'exécution du programme : **■** puis **K**.

- b) Vérifier que l'ensemble des centres des pièces à franc-carreau est un carré de 30 pixels de côté.
- c) La simulation a été réalisée en respectant le modèle choisi : tous les pixels du carreau (bord compris) ont les mêmes chances de devenir le centre de la pièce lancée.

Quelle est alors la « fréquence théorique », notée ϕ , de franc-carreau ?

2. Constitution d'échantillons simulés

- a) Lancer le programme **AFC2** (même procédure que pour **AFC1**).

prgmAFC2
N=?

Le programme demande le nombre d'essais de l'échantillon :

Taper 100 \rightarrow et observer l'écran. Le message « FIN : ENTER » annonce la fin de la simulation; taper alors \rightarrow . Noter la fréquence de franc-carreau sur cet échantillon.

- b) Réaliser 9 nouveaux échantillons de même taille; noter la fréquence de franc-carreau pour chacun d'eux.
- a) Représenter graphiquement les résultats obtenus (un point pour chaque échantillon) et tracer la droite d'équation $y = \phi$.
- d) Compter le nombre d'échantillons pour lesquels la fréquence de franc-carreau est située dans l'intervalle $I_c = [\phi - \frac{1}{\sqrt{n}}, \phi + \frac{1}{\sqrt{n}}]$, où n désigne le nombre d'expériences (ici $n = 100$).
- e) Les 10 échantillons regroupés en forment un nouveau de taille 1000. Calculer la fréquence f_i de franc-carreau sur ce nouvel échantillon. Après avoir récupéré les résultats de l'ensemble de la classe, calculer le pourcentage des échantillons de taille 1000 pour lesquels la fréquence de franc-carreau est située dans l'intervalle I_c où $n = 1000$.

[Accès au sommaire](#)

Un exemple de synthèse des résultats des 35 simulations sur calculatrice réalisée par chaque élève et consignée dans son cahier de statistiques

	STATISTIQUE	FRANC-CARREAU	simulation sur calculatrice
---	--------------------	----------------------	------------------------------------

document classe

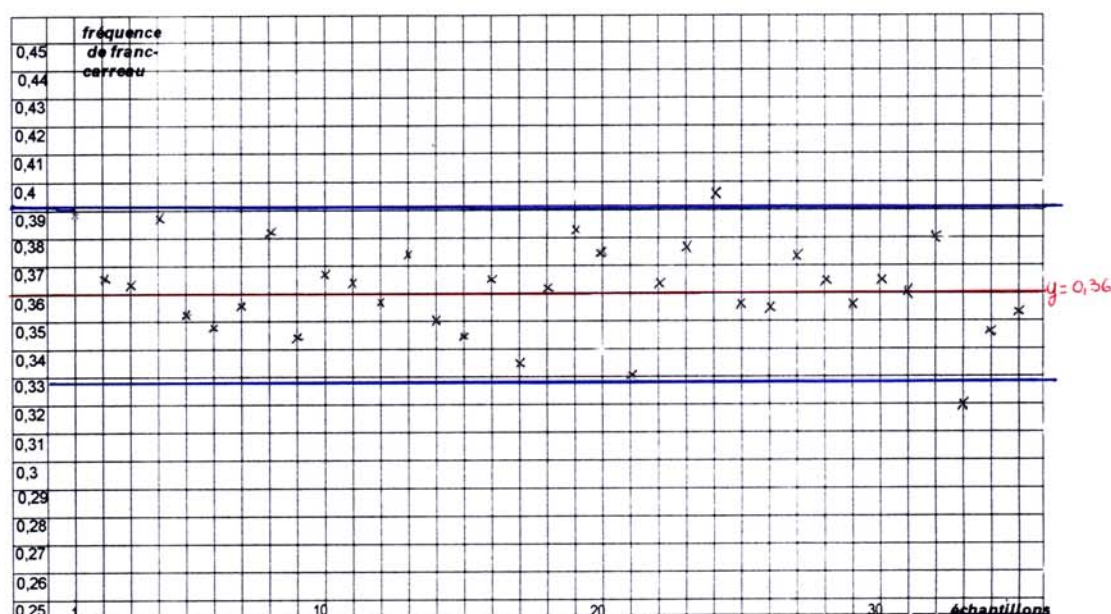
Fréquences de franc-carreau pour les échantillons de taille 1000 simulés sur calculatrice

Echantillon n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
fréquence	0,389	0,366	0,364	0,388	0,352	0,348	0,358	0,382	0,344

Echantillon n°	10	11	12	13	14	15	16	17	18
fréquence	0,367	0,363	0,357	0,375	0,35	0,346	0,366	0,344	0,362

Echantillon n°	19	20	21	22	23	24	25	26	27
fréquence	0,383	0,376	0,33	0,365	0,378	0,396	0,356	0,356	0,374

Echantillon n°	28	29	30	31	32	33	34	35	36
fréquence	0,363	0,357	0,366	0,36	0,38	0,32	0,347	0,353	



$$\varphi = 0,36$$

$$\left[\varphi - \frac{1}{\sqrt{n}} ; \varphi + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \quad n: \text{taille de l'échantillon } 1000$$

$$\varphi - \frac{1}{\sqrt{n}} \approx 0,328 \quad \varphi + \frac{1}{\sqrt{n}} \approx 0,391$$

Avec 35 échantillons, 94,3% de ces échantillons ont une fréquence observée comprise entre $\varphi - \frac{1}{\sqrt{n}}$ et $\varphi + \frac{1}{\sqrt{n}}$ ($\varphi = 0,36$, $n = 1000$)

[Accès au sommaire](#)

Etape	date	réalisations	contributeurs
1	Avril 2000	- un premier programme de simulation sur calculatrice TI 83 (germe de fichier interactif , utilisation en rétroprojection)	Un formateur de l'équipe I.O.I.
2	Septembre et octobre 2000	- évolution du germe précédent vers trois fichiers interactifs (pour rétroprojection) : les fichiers Cabri « francarreau 8c.fig » « francarreau.fig » le fichier Excel « francarreau.xls » - rédaction d'une fiche élève et d'un document de collecte des résultats de classe, - germe de fiche technique avec mise à disposition du fichier « demidamier.doc »	Un formateur de l'équipe I.O.I.
3	Décembre 2000	- rédaction d'une fiche d'utilisation en classe (germe de scénario), - trois programmes de simulation sur calculatrice TI 83 (à partir du fichier interactif de l'étape 1, mais ici pour une utilisation individuelle par les élèves), la fiche élève associée	Un formateur de l'équipe I.O.I.
4	Janvier 2001	- expérimentation en classe de seconde - compte rendu d'expérimentation	Un formateur de l'équipe I.O.I.
5	Mars 2001	- évolution de la fiche d'utilisation en classe vers la fiche scénario - création : fiche professeur , fiche technique , fiche d'identification	L'équipe I.O.I.
6	Janvier 2002	- évolution de la fiche élève : la pièce utilisée est désormais une pièce de 10 cents d'euro (comme celle de 10 centimes de franc, son rayon est 1cm)	Un formateur de l'équipe I.O.I.
7	Février 2003	- nouvelle expérimentation amenant une légère modification des programmes sur calculatrice TI 83	un stagiaire du groupe I.O.I.
8	Juin 2005	- fiche d'identification	L'équipe I.O.I.
9	Novembre 2005	- fiche CV	Un formateur de l'équipe I.O.I.

[Accès au sommaire](#)